

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ

ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΕΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ ΚΑΙ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ

ΣΤΗΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

**Εκπαιδευτικές Δραστηριότητες με χρήση ΤΠΕ στην
διδασκαλία των Μαθηματικών: Αναγκαιότητα, Είδη
και Αξιολόγηση**

ΒΑΣΙΛΙΚΗ Ι. ΟΙΚΟΝΟΜΟΠΟΥΛΟΥ

Επιβλέπων

ΧΑΡΑΛΑΜΠΟΣ ΖΑΓΟΥΡΑΣ

Πάτρα, Απρίλιος 2011

Στον πατέρα μου Γιάννη,
και στα παιδιά μου,
Ελένη – Ιωάννα και Βασίλη

Ευχαριστίες

Με την περάτωση της παρούσας εργασίας, μου δίνεται η ευκαιρία να σημειώσω ότι είναι ιδιαίτερα δύσκολο να ολοκληρώσεις το έργο που ξεκινάς κάποια στιγμή έχοντας ταυτόχρονα και άλλες υποχρεώσεις. Για το συγκεκριμένο αυτό λόγο θα ήθελα να ευχαριστήσω κάποιους ανθρώπους που με την παρουσία, την υποστήριξη και την ανεκτικότητα τους βοήθησαν ώστε να καταστεί αυτό δυνατό.

Πρώτα από όλους, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή μου, κ. Χαράλαμπο Ζαγούρα, Καθηγητή του Τμήματος Μαθηματικών του Πανεπιστημίου Πατρών, για την επιστημονική, πνευματική και ηθική υποστήριξη που μου παρείχε.

Επίσης, ευχαριστώ θερμά την κ. Χριστίνα Μαρκέα, για την επιστημονική υποστήριξη και την πολύτιμη βοήθεια που μου έχει προσφέρει κατά τη διάρκεια της συγγραφής της παρούσας εργασίας.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω τα πρόσωπα του στενού οικογενειακού μου περιβάλλοντος Κωνσταντίνα Οικονομοπούλου, Ελένη Παντιώρα και Βασίλειο Τσούκα και ιδιαίτερα το σύζυγό μου Βαγγέλη Τσούκα για τη συμπαράσταση, την κατανόηση και την υπομονή που έδειξαν κατά τη διάρκεια των μεταπτυχιακών σπουδών μου, όλα αυτά τα χρόνια. Αφιερώνω τη μεταπτυχιακή μου εργασία στον πατέρα μου Γιάννη Οικονομόπουλο, που χάσαμε ξαφνικά στο δεύτερο έτος των μεταπτυχιακών μου σπουδών και στα παιδιά μου Ελεάννα και Βασίλη για την αγάπη και την ευτυχία που μου προσφέρουν.

Βάσια Ι. Οικονομοπούλου

Πάτρα, Απρίλιος 2011

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

Πρόλογος	4
Εισαγωγή.....	5
Η εξέλιξη των αντιλήψεων για την μάθηση και τη διδασκαλία	6
Κεφάλαιο 1 ^ο	10
Θεωρίες μάθησης των Μαθηματικών.....	10
1.1 Συμπεριφορισμός	11
1.2 Θεωρία επεξεργασίας της πληροφορίας	15
1.3 Η θεωρία των σταδίων νοητικής ανάπτυξης του Piaget	19
1.4 Η ανακαλυπτική μάθηση	23
1.5 Η θεωρία κατασκευής της γνώσης.....	25
1.6 Η κοινωνικο- πολιτισμική θεωρία μάθησης	29
Κεφάλαιο 2 ^ο	33
Ο ρόλος της Τεχνολογίας.....	33
Η ιστορία των ψηφιακών εργαλείων	33
2.1 Η εποχή των ηλεκτρονικών υπολογιστών	34
2.2 Οι Τεχνολογίες Πληροφορίας και Επικοινωνιών και η προστιθέμενη παιδαγωγική αξία από τη χρήση των εργαλείων τους	36
2.3 Εκπαιδευτικό λογισμικό	40
2.4 Η διδακτική αξιοποίηση των δυνατοτήτων των λογιστικών φύλλων Excel στη διδασκαλία των Μαθηματικών	52
Κεφάλαιο 3 ^ο	53
Το εκπαιδευτικό σενάριο και η εκπαιδευτική δραστηριότητα	53
3.1 Εκπαιδευτικό Σενάριο.....	53
3.2 Η έννοια και η αξία της εκπαιδευτικής δραστηριότητας.....	62
3.2.1 Η έννοια της δραστηριότητας.....	62
3.2.2 Ένα παράδειγμα διδασκαλίας των μαθηματικών με χρήση δραστηριοτήτων.....	68
3.2.3 Είδη δραστηριοτήτων κατά τον R. Gras.....	77
3.2.4 Προστιθέμενη παιδαγωγική αξία από τη χρήση ΤΠΕ στο σχεδιασμό και την ανάπτυξη εκπαιδευτικών δραστηριοτήτων	78
3.2.5 Ένα παράδειγμα αξιοποίησης των ΤΠΕ - Είδη εκπαιδευτικών δραστηριοτήτων για τη διδασκαλία της Γεωμετρίας με τη βοήθεια ΤΠΕ.....	80
Κεφάλαιο 4 ^ο	83
Αξιολόγηση δραστηριοτήτων	83
4.1 Το πλαίσιο της αξιολόγησης.....	85
4.2 Τα αποτελέσματα της αξιολόγησης.....	89
4.2.1 Κατάλογος των αναρτημένων δραστηριοτήτων	89
4.2.2 Πρώτη ανάλυση των αποτελεσμάτων της αξιολόγησης.....	98
4.3 Βαθμολόγηση των δραστηριοτήτων.....	109
4.3.1 Τα αποτελέσματα της ποσοτικής ανάλυσης	110
Γενικά Συμπεράσματα	129
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	133

Περίληψη

Με το πόνημα αυτό γίνεται μια απόπειρα μελέτης της εκπαιδευτικής δραστηριότητας ως εργαλείο διδασκαλίας στη γενική εκπαίδευση και ειδικότερα η χρησιμότητά της στη διδασκαλία των Μαθηματικών. Στην παρούσα εργασία παρουσιάζεται μια ιστορική μελέτη της εξέλιξης των θεωριών για το πώς ο μαθητής κατακτά τα στόχο της μάθησης, αναπτύσσεται η χρησιμότητα των Τεχνολογιών Πληροφορικής και Επικοινωνιών στην εκπαίδευση καθώς και ο ρόλος του εκπαιδευτικού σεναρίου και της εκπαιδευτικής δραστηριότητας στην οργάνωση της διδασκαλίας.

Στο δεύτερο μέρος επιχειρείται η αξιολόγηση εκπαιδευτικών δραστηριοτήτων που οργανώθηκαν από εκπαιδευτικούς της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης για την υποστήριξη της διδασκαλίας των Μαθηματικών, ύστερα από την ολοκλήρωση της επιμόρφωσής τους στη χρήση των ΤΠΕ. Τα αποτελέσματα της αξιολόγησης αυτής φαίνεται να οδηγούν στο συμπέρασμα πως οι εκπαιδευτικοί έλαβαν σε μεγάλο βαθμό υπόψη τους τη χρησιμότητα των νέων τεχνολογιών στη διαδικασία της διδασκαλίας. Οι μαθηματικές δραστηριότητες που οργάνωσαν αξιοποίησαν σε ικανοποιητικό βαθμό τις νέες τεχνολογίες και ανέδειξαν την αξία των ΤΠΕ στη διδασκαλία. Οδηγούμαστε λοιπόν στο συμπέρασμα πως η συγκεκριμένη επιμόρφωση φαίνεται να είναι αποτελεσματική ως προς τους στόχους της.

Εισαγωγή

Με την εργασία αυτή, γίνεται προσπάθεια να μελετηθεί η εκπαιδευτική δραστηριότητα ως εργαλείο υποστήριξης και οργάνωσης της διδασκαλίας και της μάθησης, καθώς και οι βασικές αρχές σχεδιασμού και αξιολόγησης εκπαιδευτικών δραστηριοτήτων γενικότερα και ειδικότερα εκπαιδευτικών δραστηριοτήτων για τα Μαθηματικά. Συγκεκριμένα, θα γίνει μια γενική αναφορά στην έννοια της εκπαιδευτικής δραστηριότητας για τα μαθηματικά και θα ακολουθήσει η αξιολόγηση δραστηριοτήτων για την διδασκαλία των μαθηματικών, οι οποίες σχεδιάστηκαν από μάχιμους εκπαιδευτικούς της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης μετά από την επιμόρφωσή τους σε ζητήματα αξιοποίησης των ΤΠΕ για τη διδασκαλία και τη μάθηση.

Θα ξεκινήσουμε περιγράφοντας εν συντομία την ιστορική εξέλιξη της αντίληψης σχετικά με το πώς η μάθηση συντελείται. Αρχικά, υπήρχε η αντίληψη ότι οι μαθητές μαθαίνουν από το μονόλογο του δασκάλου και εμποδώνουν την ύλη με την εξάσκηση και την επανάληψη, κινητοποιούμενοι από την επιβράβευση ή την επίπληξη. Σήμερα, οι αντιλήψεις έχουν μεταβληθεί με βάση και τα αποτελέσματα πολυετών ερευνών. Κυριαρχεί λοιπόν, η άποψη πως οι μαθητές μαθαίνουν δρώντας, πειραματιζόμενοι και διερευνώντας μέσα σε ένα ορισμένο πλαίσιο που έχει οριστεί από το διδάσκοντα, αλληλεπιδρώντας με το περιβάλλον και συνεργαζόμενοι με τους συμμαθητές τους.

Ακολούθως, θα αναφερθούμε στις κυριότερες θεωρίες μάθησης όπως αυτές έχουν διατυπωθεί και εξελιχθεί από τους κυριότερους εκφραστές τους. Ειδικότερα, θα περιγράψουμε τη θεωρία του συμπεριφορισμού, της επεξεργασίας της πληροφορίας, τη θεωρία της ιεραρχίας και των σταδίων νοητικής ανάπτυξης. Θα συνεχίσουμε με τις σύγχρονες θεωρίες μάθησης, όπως αυτή της ανακαλυπτικής μάθησης και της κατασκευαστικής θεωρίας και θα ολοκληρώσουμε με τη θεωρία που υποστηρίζει ότι ο μαθητής μαθαίνει εκτός από το περιβάλλον του σχολείου και από το κοινωνικό και πολιτισμικό περιβάλλον στο οποίο μεγαλώνει.

Στη συνέχεια θα αναπτύξουμε την εξέλιξη των εργαλείων μάθησης ξεκινώντας από το λόγο και φτάνοντας στον ηλεκτρονικό υπολογιστή και τους διαδραστικούς

πίνακες. Θα αναπτύξουμε τα λογισμικά που χρησιμοποιούνται στην εκπαιδευτική διαδικασία και θα αναδείξουμε την πρόσθετη παιδαγωγική αξία που προκύπτει από τη χρήση των νέων τεχνολογιών στη διδασκαλία.

Επόμενη ενότητα αποτελεί το εκπαιδευτικό σενάριο και η αναγκαιότητά του στην οργάνωση της διδασκαλίας και ιδιαίτερα της διδασκαλίας που χρησιμοποιεί τα ψηφιακά εργαλεία. Θα αναφερθούμε στον ορισμό του εκπαιδευτικού σεναρίου, στα στοιχεία που το χαρακτηρίζουν αλλά και στη δομή που πρέπει να ακολουθεί. Επίσης, στην ενότητα αυτή, θα ασχοληθούμε και με την έννοια της εκπαιδευτικής δραστηριότητας, τον ορισμό της και τα οφέλη που αποκομίζουν οι συνιστώσες της μαθησιακής διαδικασίας, δηλαδή οι μαθητές και οι εκπαιδευτικοί υλοποιώντας μια τέτοια δραστηριότητα. Τέλος, θα παραθέσουμε τα κυριότερα είδη εκπαιδευτικών δραστηριοτήτων.

Στην τελευταία ενότητα γίνεται απόπειρα αξιολόγησης ενός συνόλου εκπαιδευτικών δραστηριοτήτων. Θα γίνει αναφορά στα γενικά χαρακτηριστικά των μαθηματικών δραστηριοτήτων που αξιολογήσαμε και θα ακολουθήσουν τα αποτελέσματα της ποσοτικής ανάλυσης και τα γενικά συμπεράσματα που προέκυψαν από την αξιολόγηση.

Η εξέλιξη των αντιλήψεων για την μάθηση και τη διδασκαλία

Τα εκπαιδευτικά συστήματα στην κεντρική Ευρώπη άρχισαν να διαμορφώνονται πριν από περίπου 250 χρόνια. Οι αντιλήψεις για τη μάθηση που επικρατούσαν την εποχή εκείνη καθώς και οι προτεραιότητες που δίνονταν ήταν διαφορετικές από τις σημερινές ανάγκες για την εκπαίδευση. Κύριο μέλημα αποτελούσε η μαζικοποίηση της εκπαίδευσης. Η εκπαίδευση έπρεπε να αφορά όλους τους πολίτες. Έως τότε εκπαίδευση λάμβαναν μόνο οι οικονομικά εύρωστοι πολίτες, κάτι που ίσχυε και για την υγεία, την ασφάλιση και την παροχή ενέργειας μιας κι όλες αυτές οι υπηρεσίες ήταν αρκετά ακριβές για τους μέσους πολίτες.

Στην εκπαίδευση κυριαρχούσε το πρότυπο των συγκοινωνούντων δοχείων. Ο εκπαιδευτικός αποτελούσε το υποκείμενο που «κατείχε» την πληροφορία και την «μετέδιδε» στους μαθητές του. Στα μέσα του προηγούμενου αιώνα, με την ανάπτυξη της μελέτης των επιστημών της αγωγής, άρχισαν να αλλάζουν τα πράγματα. Τα αποτελέσματα των επιστημονικών ερευνών δήλωναν ότι η κατανόηση και η μάθηση πολύ λίγο ενισχύονται από την απομνημόνευση της πληροφορίας και την εξάσκηση σε πεδία ακατανόητα και αποστασιοποιημένα από το περιβάλλον του μαθητή.

Στη διδακτική των Μαθηματικών, επί πολλές δεκαετίες, ιδιαίτερη έμφαση δινόταν στον εμπλουτισμό των γνώσεων και δεξιοτήτων των μαθητών. Ο δάσκαλος – πομπός καλείται να μεταδώσει τις γνώσεις του στους μαθητές – δέκτες, οι οποίοι με τη σειρά τους προσπαθούν να τις συλλάβουν και αφομοιώσουν (Θωμαΐδης 1999). Οι γνώσεις αυτές φυσικά δεν επιδέχονται καμία αμφισβήτηση από μέρους των μαθητών. Η διδασκαλία των Μαθηματικών δεν είναι παρά μια απλή μεταφορά γνώσεων και η ανάπτυξη ενός συγκεκριμένου επιπέδου ικανοτήτων. Για αυτό και η οργάνωση της διδασκαλίας πρέπει να βασίζεται σε συγκεκριμένους στόχους τους οποίους οι μαθητές καλούνται να κατακτήσουν και ο δάσκαλος να υλοποιήσει και έπειτα να αξιολογήσει το επίπεδο αφομοίωσής τους. Κατ' αυτόν τον τρόπο εισαχθεί στην οργάνωση της διδασκαλίας ο όρος «διδασκαλικοί στόχοι» τους οποίους ο δάσκαλος πρέπει να υλοποιήσει στο μάθημά του.

Στην αρχή της δεκαετίας του '70 η διδακτική των Μαθηματικών απέσπασε την προσοχή της από το δάσκαλο και τις ενέργειές του και στράφηκε προς το μαθητή και τις δράσεις του. Αποτελεί δηλαδή μια «μαθητοκεντρικού» τύπου μάθηση (Χατζηθεολόγου, 2000). Ο μαθητής αντιμετωπίζεται ως ξεχωριστή οντότητα, με συναισθήματα και προσωπικό τρόπο μάθησης. Ιδιαίτερη μέριμνα λαμβάνεται στην κατεύθυνση της αύξησης της δημιουργικότητας και ενεργοποίησης των νοητικών ικανοτήτων του μαθητή κατά τη διαδικασία της μάθησης. Ο μαθητής εργάζεται μέσα στη δική του μάθηση, αποκαλύπτει δικές του στρατηγικές και δομεί τα προσωπικά του νοήματα και δεν δέχεται αδρανή γνώση απρόκλητα και παθητικά. Η παραπάνω προσέγγιση έχει ως σκοπό την ανάπτυξη μιας στάσης για νοητική αναζήτηση και εμπλοκή σε νοηματικές δραστηριότητες και εμπειρίες και στοχεύει στην ανάπτυξη της αυτονομίας της μαθησιακής συμπεριφοράς (Κλαουδάτος, 1999). Οι μαθητές

πρέπει να έχουν τη δυνατότητα κάθε στιγμή να θέτουν σε κρίση και να αμφισβητούν όλα όσα έχουν μάθει.

Η μάθηση των μαθηματικών σύμφωνα με τις σύγχρονες θεωρίες για τη μάθηση αποτελεί μια ενεργητική και κατασκευαστική διαδικασία, ιδιαίτερη για τον κάθε μαθητή. Η διαδικασία της μάθησης υλοποιείται με τη βοήθεια διάφορων εργαλείων, κυρίαρχος ρόλος όμως αποδίδεται στις δραστηριότητες. Ο δάσκαλος έχει το ρόλο του δημιουργού κατάλληλων μαθησιακών περιβαλλόντων, με τη βοήθεια της τεχνολογίας ή όχι, μέσα στα οποία ο μαθητής ενεργοποιείται, εκφράζει μαθηματικά τις ιδέες του και κατασκευάζει τη δική του γνώση. Οι δραστηριότητες που έχει οργανώσει ο δάσκαλος είναι αυτές που δημιουργούν κίνητρο στο μαθητή να τις υλοποιήσει και ως εκ τούτου παίζουν κεντρικό ρόλο στη μάθηση (Nardi, 1996).

Βασιζόμενοι στις νεότερες προσεγγίσεις για τη Μαθηματική Εκπαίδευση οι στόχοι της εκφράζονται πληρέστερα με όρους δραστηριοτήτων παρά με όρους παρατηρήσιμων συμπεριφορών. Οι μαθητές υλοποιώντας μια μαθηματική δραστηριότητα καλούνται να: προσδιορίσουν το πρόβλημα, εικάσουν το αποτέλεσμα, πειραματιστούν με διάφορα παραδείγματα, συνθέσουν ένα συλλογισμό, διατυπώσουν μια λύση, ελέγξουν τα αποτελέσματα και αξιολογήσουν την ορθότητά τους σε συνάρτηση με το αρχικό πρόβλημα. Όλα αυτά δεν θα μπορούσαν να υλοποιηθούν από ένα μαθητή χωρίς την ύπαρξη των μαθηματικών δραστηριοτήτων. Οι κλασσικές ασκήσεις εφαρμογής και εξάσκησης δεν μπορούν να αναπτύξουν τις νοητικές ικανότητες των μαθητών σε τέτοια έκταση και βάθος.

Δυστυχώς ακόμα και σήμερα η εκπαίδευση αντιμετωπίζεται με τον ίδιο ακριβώς λανθασμένο τρόπο. Η απομνημόνευση είναι το κύριο στοιχείο που καλλιεργείται στα σχολεία. Το γεγονός ότι ακόμα και μετά από τόσες δεκαετίες το εκπαιδευτικό σύστημα λειτουργεί με τον ίδιο τρόπο φανερώνει το πόσο είναι δύσκολο αυτό να αλλάξει. Παρόλα αυτά, η έρευνα που έχει εκπονηθεί από τις επιστήμες της αγωγής είναι αξιόλογη με αποτέλεσμα η πίεση που ασκείται να επηρεάζει την οργάνωση της εκπαίδευσης. Συγκεκριμένα φαίνεται να καταρρίπτεται η άποψη που υιοθετούνταν επί τόσα χρόνια για τη γνώση. Η γνώση δεν αποτελεί μια πληροφορία που κατέχει ο εκπαιδευτικός και μεταλαμπαδεύει στο μαθητή. Γίνεται σταδιακά αποδεκτό ότι η

ανθρώπινη γνώση είναι υποκειμενική, επηρεάζεται από τις αξίες και τις οπτικές γωνίες του κάθε ανθρώπου όπως επίσης δέχεται και επιρροές από το περιβάλλον του. Επίσης είναι δυνατόν να αμφισβητηθεί, να καταρριφθεί και να ξαναοργανωθεί σε νέες βάσεις. Η συγκεκριμένη προσέγγιση για τη διαδικασία της μάθησης φαίνεται να επηρεάζει όλο και περισσότερους εκπαιδευτικούς με αποτέλεσμα να οργανώνουν τη διδασκαλία τους χρησιμοποιώντας πληθώρα διαφορετικών δραστηριοτήτων, με τη βοήθεια ή όχι των νέων τεχνολογιών, που ενεργοποιούν τους μαθητές από κάθε πλευρά.

Κεφάλαιο 1^ο

Θεωρίες μάθησης των Μαθηματικών

Η μάθηση των Μαθηματικών αποτελεί μια διανοητική δραστηριότητα και για αυτό το λόγο μελετήθηκε για πρώτη φορά από ψυχολόγους. Ο κλάδος της Ψυχολογίας ήταν ο πρώτος επιστημονικός κλάδος που ασχολήθηκε με το πώς μαθαίνουν οι άνθρωποι και το ποιες νοητικές διεργασίες συντελούνται ώστε να κατακτηθεί η γνώση. Η κατανόηση της κατάκτησης της μαθηματικής γνώσης κέντρισε το ενδιαφέρον των ψυχολόγων διότι πίστευαν ότι αναλύοντας τη μαθηματική σκέψη και τον τρόπο που ο άνθρωπος λύνει μαθηματικά προβλήματα θα κατάφερναν να περιγράψουν την ανθρώπινη σκέψη γενικότερα. Συγκεκριμένα ο κλάδος της Ψυχολογίας δημιούργησε και μια νέα κατεύθυνση με τίτλο «Ψυχολογία των Μαθηματικών», η οποία μελετά τις διαδικασίες μέσα από τις οποίες συντελείται οι απόκτηση μαθηματικών γνώσεων και δεξιοτήτων. Αυτός είναι και ο λόγος που οι θεωρίες μάθησης θεμελιώθηκαν από ψυχολόγους και όχι από φιλοσόφους ή παιδαγωγούς.

Η διδακτική των Μαθηματικών ως ξεχωριστή επιστήμη αναπτύχθηκε πολλά χρόνια αργότερα. Επηρεάστηκε από πολλές άλλες επιστήμες και στηρίχθηκε κυρίως στην Ψυχολογία, τη Θεωρία της Επιστήμης, τη Φιλοσοφία, την Ιστορία, την Κοινωνιολογία, τη Γλωσσολογία, την Παιδαγωγική και φυσικά τα Μαθηματικά. Οι θεωρίες μάθησης που αναπτύχθηκαν στην Ψυχολογία αποτέλεσαν θεμέλιες λίθους για την οργάνωση της διδασκαλίας των Μαθηματικών. Γι' αυτό και αναπτύχθηκαν διαφορετικές τεχνικές διδασκαλίας, που χρησιμοποιούν διαφορετικές δραστηριότητες η κάθε μια, ανάλογα με το ποια θεωρία μάθησης υλοποιείται και ποια παιδαγωγική θεωρία ακολουθείται.

Σε αυτό το σημείο ας επιχειρήσουμε μια πιο συγκεκριμένη αναφορά στις κυριότερες θεωρίες μάθησης των Μαθηματικών έτσι όπως διατυπώθηκαν από τους κύριους εκφραστές τους.

1.1 Συμπεριφορισμός

Η πρώτη μεγάλη σχολή είναι η σχολή των **Συμπεριφοριστών (behaviorists)**. Ο μιχεβιορισμός ως θεωρία αποτελούσε θεμέλιο της διδασκαλίας των Μαθηματικών για πολλά χρόνια και τα συμπεράσματά της την επηρεάζουν ακόμα και σήμερα. Ως αντίληψη στηρίχθηκε στην θεωρία των συνδέσμων ή αλλιώς συνειρμική θεωρία (Connectionism ή Associationism) του Edward Thorndike (1874 – 1949). Ο Thorndike, πειραματιζόμενος στο εργαστήριό του με γάτες, σκύλους, πιθήκους και κοτόπουλα θεώρησε τη σχέση μεταξύ εξωτερικού ερεθίσματος και αντίδρασης ως μια σύνδεση και γι' αυτό η θεωρία του ονομάστηκε «θεωρία των συνδέσμων». Τα πειράματα που πραγματοποιούσε τον οδήγησαν στο συμπέρασμα ότι η μάθηση είναι σταδιακή και επιτυγχάνεται σιγά – σιγά. Η απόκτηση οποιασδήποτε συμπεριφοράς είναι δυνατόν να διασπαστεί, κατά την άποψή του, σε βασικά στοιχεία. Για να ενεργοποιηθούν αυτά τα στοιχεία (αντιδράσεις) πρέπει να δεχθούν ερεθίσματα. Αν η αντίδραση σε κάποιο ερέθισμα ακολουθείται και από μια ανταμοιβή, τότε ο δεσμός μεταξύ ερεθίσματος και αντίδρασης αρχίζει να σχηματίζεται. Όσο πιο συχνή δε είναι η επανάληψη αυτού του φαινομένου ερεθίσματος - αντίδρασης, τόσο ισχυρότερος είναι και ο δεσμός του. Η θεωρία του Thorndike διατυπώθηκε για πρώτη φορά στο βιβλίο του **The Psychology of Arithmetic (1922 New York, Macmillan)** και περιγράφεται με τη βοήθεια τριών βασικών νόμων:

1. **ο Νόμος του Αποτελέσματος (law of effect)**. Ο Thorndike υποστήριζε ότι οι απαντήσεις που συνοδεύονται από κάποια ανταμοιβή – επιβράβευση, ενισχύονται και σταδιακά μεταβάλλονται σε αντιδράσεις στο συγκεκριμένο ερέθισμα. Αντίθετα όσες δεν οδηγούν στα επιθυμητά αποτελέσματα δεν πρέπει να τυγχάνουν ενίσχυσης ώστε να χάνουν την ισχύ τους και να μην επαναλαμβάνονται.
2. **ο Νόμος της Ετοιμότητας (law of readiness)**, σύμφωνα με τον οποίο μια σειρά αντιδράσεων μπορεί να συνδέονται μεταξύ τους και αν χαλάσει κάποιος δεσμός δημιουργείται ενόχληση.
3. **ο Νόμος της Εξάσκησης (law of exercise)**. Οι συνδέσεις μεταξύ ερεθίσματος και επιθυμητής αντίδρασης γίνονται πιο ισχυρές αν επαναλαμβάνεται η

κατάσταση που τις δημιουργεί και εξασθενούν όταν αυτή η κατάσταση πάψει να εμφανίζεται.

Τις αρχές αυτές ο Thorndike θέλησε να τις εφαρμόσει και στη μάθηση των Μαθηματικών. Πίστευε ότι οι δάσκαλοι έπρεπε να ανακαλύψουν με ακρίβεια το σύνολο των δεσμών που απαρτίζουν κάθε μαθηματική ενότητα και να εφαρμόσουν την πρακτική των ανταμοιβών. Ύστερα, σύμφωνα με τους νόμους που είχε διατυπώσει στη θεωρία του, η επανάληψη παρόμοιων πρακτικών θα οδηγήσει στην κατάκτηση της γνώσης. Μολονότι ο Thorndike υπογράμμισε ότι τα προβλήματα εξάσκησης πρέπει να προξενούν το ενδιαφέρον του μαθητή, η επίδραση της θεωρίας του ήταν να αναγνωρισθεί η πρακτική και η εξάσκηση ως η βέλτιστη μέθοδος μάθησης των μαθηματικών.

Στη συμπεριφοριστική σχολή επιρροή άσκησε επίσης, ο Ρώσος ψυχολόγος Ραβλον μέσω του πειράματός του με το σκύλο και το καμπανάκι. Ο Ραβλον έδινε τροφή σε ένα σκύλο που κρατούσε μέσα σε ένα κλουβί, αφού πρώτα χτυπούσε ένα καμπανάκι. Ύστερα από πολλές επαναλήψεις του ίδιου σκηνικού ο ψυχολόγος παρατήρησε ότι ο σκύλος ξεκινούσε την έκκριση σάλιου μόλις άκουγε το καμπανάκι, πριν ακόμα αντικρίσει την τροφή του. Ο Ραβλον επανέλαβε το πείραμά του και με άλλα ζώα ώστε να σιγουρευτεί περισσότερο για τα αποτελέσματά του. Οι συμπεριφοριστές λοιπόν χρησιμοποίησαν τα συμπεράσματα του Ραβλον για να κατανοήσουν τον τρόπο μάθησης των μικρών παιδιών. Υιοθέτησαν λοιπόν την άποψη ότι η επανάληψη του ίδιου πειράματος κάτω από τις ίδιες συνθήκες επιφέρει και το ίδιο αποτέλεσμα. Θεώρησαν ότι η ίδια διαδικασία ακολουθείται και στη μάθηση για αυτό οι μαθητές θα πρέπει να εξασκούνται στις ίδιες μορφές ασκήσεων ώστε να τις εμπεδώνουν και να τις επιλύουν χωρίς κανένα πρόβλημα.

Ένα από τα μειονεκτήματα που θα ήταν δυνατόν κάποιος να αναφέρει σχετικά με τη συνειρμική θεωρία είναι το γεγονός ότι δεν λάμβανε καθόλου υπόψη της τις ποιοτικές διαφορές που υπάρχουν μεταξύ των παιδιών. Κάθε παιδί μπορεί να αναπτύξει πολύ διαφορετική τεχνική αντιμετώπισης ενός προβλήματος, και άρα δεν θα οδηγηθούν όλοι οι μαθητές στην ίδια αντίδραση στο ερέθισμα που θα τους δοθεί. Επιπλέον η μέθοδος της πρακτικής και εξάσκησης που εφαρμόζει η συνδετική θεωρία

υπερτονίζει το αποτέλεσμα ενός ερεθίσματος, μειώνοντας την αξία της πορείας που οδήγησε στο αποτέλεσμα αυτό. Έτσι ο μαθητής κινδυνεύει να φτάσει στο αποτέλεσμα εντελώς μηχανικά, χωρίς να έχει κατανοήσει τι κάνει και γιατί. Παρόλα αυτά το θετικό στοιχείο στην πρακτική και την εξάσκηση είναι ότι αποτελούν την καλύτερη τεχνική για την ανάπτυξη υπολογιστικών δεξιοτήτων.

Η συμπεριφοριστική ψυχολογία αναπτύχθηκε στη συνέχεια από τον Αμερικανό ψυχολόγο John Watson. Έφτασε όμως στο αποκορύφωμά του με το έργο του B. F. Skinner. Ο Skinner ακολουθώντας το παράδειγμα του Thorndike στηρίζει τη θεωρία του στο μοντέλο ερέθισμα – αντίδραση – ενίσχυση – επανάληψη. Η μάθηση θεωρείται από το Skinner η σταδιακή διαμόρφωση μιας συγκεκριμένης συμπεριφοράς από μέρος του μαθητή, μιας συμπεριφοράς που είναι αποτέλεσμα κάποιου εξωτερικού ερεθίσματος. Τα πειράματα του Skinner πραγματοποιήθηκαν και αυτά σε ζώα (περιστέρια ή ποντίκια), ζώα που καλούνταν να αναπτύξουν επιθυμητές συμπεριφορές μέσω της ενίσχυσης μιας συγκεκριμένης αντίδρασης σε ένα ερέθισμα που επαναλαμβανόταν. Ο Skinner αναπτύσσοντας τη δική του θεωρία υποστήριξε την ενεργό συμμετοχή του μαθητή στη διαδικασία της μάθησης. Η ύλη πρέπει να είναι δομημένη σε σύντομες διδακτικές ενότητες και να παρουσιάζεται στο μαθητή σύμφωνα με τους ρυθμούς του. Οι κατάλληλες ερωτήσεις – ασκήσεις στη συνέχεια από μέρος του δασκάλου και η ενίσχυση των προσπαθειών του μαθητή αποτελούν τη βασική τακτική της διδασκαλίας. Απαραίτητη κρίνει τέλος την άμεση επαλήθευση ή διόρθωση της απάντησης του μαθητή και την επιβράβευση της σωστής απάντησης ως μέθοδο ενίσχυσης προς επανάληψη της συγκεκριμένης συμπεριφοράς (απόδοση σωστής απάντησης).

Οι εκφραστές της σχολής του μιχεβιορισμού (και οι ψυχολόγοι στις έρευνες των οποίων στήριζαν τις θεωρίες τους) πραγματοποιούσαν πειράματα σε ζώα, καθώς αναφέρθηκε παραπάνω, και γενίκευαν τα αποτελέσματά τους στην ανθρώπινη συμπεριφορά. Θεωρούσαν πως ο άνθρωπος είναι παθητικός δέκτης των ερεθισμάτων που δέχεται από το περιβάλλον του, εκφράζοντας βέβαια σε αυτά κάποια αντίδραση. Αν η αντίδραση αυτή συσχετιστεί με κάποια ανταμοιβή και η κατάσταση αυτή επαναληφθεί πολλές φορές ο άνθρωπος θα μάθει. Ο μαθητής λοιπόν αντιμετωπίζεται από τους μιχεβιοριστές ως άγραφος πίνακας πάνω στον οποίο θα αποτυπωθούν οι

γνώσεις που θα μεταδοθούν από το δάσκαλο. Απαραίτητη θεωρείται η ενίσχυση μιας επαναλαμβανόμενης συμπεριφοράς του μαθητή ώστε αυτή να καταγραφεί θετικά και να αναπαραχθεί όποτε του ζητηθεί.

Το διδακτικό μοντέλο που στηρίζεται στη θεωρία του μιχεβιορισμού είναι **δασκαλοκεντρικό**. Ο δάσκαλος θεωρείται άριστος γνώστης της ύλης και είναι αυτός που θα τη μεταδώσει στους μαθητές. Ο δάσκαλος θα εξασφαλίσει τις κατάλληλες συνθήκες ώστε να αναπτυχθούν οι επιθυμητές αντιδράσεις στα αντίστοιχα ερεθίσματα που θα δώσει στους μαθητές του. Είναι αυτός που θα επιβραβεύσει το μαθητή για τη σωστή του απάντηση ή θα τον τιμωρήσει για τη λανθασμένη. Είναι αυτός που θα οργανώσει την ύλη σε μικρά κομμάτια και θα υλοποιήσει κατάλληλες δραστηριότητες που θα βοηθούν το μαθητή να την επαναλάβει και να την αφομοιώσει. Ο ρόλος του εκπαιδευτικού λοιπόν εμφανίζεται ενισχυμένος από τους συμπεριφοριστές, αντίθετα ο ρόλος του μαθητή αισθητά υποβαθμισμένος.

Στη διδασκαλία των Μαθηματικών ο συμπεριφορισμός εξακολουθεί να χρησιμοποιείται για την εκμάθηση των μηχανικών πράξεων. Η εξάσκηση θεωρείται βασική μέθοδος για να μάθει κάποιος να εκτελεί πράξεις. Οι επαναλαμβανόμενες προκαθορισμένες δραστηριότητες συμβάλλουν στην καλύτερη εμπέδωση του αλγορίθμου των πράξεων, ενώ η ενίσχυση της σωστής απάντησης με ένα καλό σχόλιο ή βαθμό και η τιμωρία του λάθους αποτελούν βασικούς ρυθμιστές για τη διαδικασία της μάθησης. Οι εκπαιδευτικές δραστηριότητες που χρησιμοποιούνται σύμφωνα με αυτή τη θεωρία μάθησης είναι δραστηριότητες επανάληψης και εξάσκησης. Δραστηριότητες που υλοποιούν την επανάληψη της ύλης που διδάχθηκε από το δάσκαλό ώστε μέσω της επανάληψης να μάθει ο εκπαιδευόμενος. Οι εφαρμοστές της μιχεβιοριστικής θεωρίας μάθησης υλοποιούν δραστηριότητες εξάσκησης της ύλης που δίδαξαν. Οι μαθητές καλούνται να εφαρμόσουν τη γνώση που κατέκτησαν μέσω της επανάληψης σε παρόμοια προβλήματα ώστε να την εμπεδώσουν καλύτερα. Η αξιολόγηση με βάση τη συμπεριφοριστική θεωρία θα πρέπει να γίνεται σε παρόμοια προβλήματα με αυτά που έχουν διδαχθεί οι μαθητές και όχι σε προβλήματα που επιδέχονται δημιουργική σκέψη και πολλαπλές λύσεις.

1.2 Θεωρία επεξεργασίας της πληροφορίας

Μια άλλη θεωρία μάθησης των Μαθηματικών είναι η Θεωρία Επεξεργασίας των πληροφοριών (Information Processing Theory) . Σύμφωνα με αυτό το μοντέλο μάθησης η συμπεριφορά του ανθρώπου είναι το αποτέλεσμα της νοητικής επεξεργασίας δεδομένων του εσωτερικού ή εξωτερικού περιβάλλοντος. Το μυαλό επεξεργάζεται μέσω μιας σειράς από μνήμες, πληροφορίες που συλλαμβάνει και τις αποθηκεύει στη βραχύχρονη μνήμη. Ύστερα από εσωτερική επανάληψη η πληροφορία κωδικοποιείται και αποθηκεύεται στη μακρόχρονη μνήμη από την οποία μπορεί ο μαθητής να την ανασύρει.

Πιο συγκεκριμένα, η μάθηση συντελείται σε φάσεις που διεξάγονται στο κεντρικό νευρικό σύστημα του παιδιού. Η πρώτη φάση είναι η **«φάση της παρότρυνσης»**. Ο κάθε μαθητής πρέπει να διαθέτει ένα κίνητρο, ένα στόχο που θα τον προσελκύει για να ξεκινήσει τη διαδικασία της μάθησης. Ο δάσκαλος πρέπει να δημιουργήσει στο μαθητή μια έντονη προσδοκία για την ικανοποίηση ή την αμοιβή που θα λάβει αν επιτύχει το στόχο ώστε να θέσει σε λειτουργία αναμονής για μάθηση το μαθητή του. Η δεύτερη φάση είναι η **«φάση της σύλληψης»** κατά την οποία ο μαθητής, όντας έτοιμος για μάθηση, **προσλαμβάνει το εξωτερικό ερέθισμα από το περιβάλλον του, το οποίο μετά από διάφορες μετατροπές το αποθηκεύει στη μνήμη του**. Η προσοχή που επιδεικνύει ο μαθητής κατά τη διάρκεια αυτής της φάσης, καθορίζει την έκταση και τη φύση πρόσληψης του ερεθίσματος. Για το δάσκαλο αποτελεί καθήκον η ενεργοποίηση της προσοχής του μαθητή σε αυτή τη φάση. Στην τρίτη φάση, **τη «φάση της απόκτησης»**, ο μαθητής **μετατρέπει το ερέθισμα σε μια νέα μορφή και την αποθηκεύει στη βραχυπρόθεσμη μνήμη του**. Η νέα μορφή του ερεθίσματος αποτελεί κωδικοποίησή του και μέσω της επανάληψης διατηρείται στη βραχυπρόθεσμη μνήμη για μεγαλύτερο χρονικό διάστημα. Ύστερα ακολουθεί η **«φάση της συγκράτησης»** κατά τη διάρκεια της οποίας **η πληροφορία κωδικοποιείται περαιτέρω ώστε να γίνει ευκολότερα η αποθήκευσή της στη μακροπρόθεσμη μνήμη. Κάθε μαθητής έχει αναπτύξει το δικό του τρόπο κωδικοποίησης (άλλοι μέσω απομνημόνευσης, φαντασίας ή μέσω οπτικών εικόνων και σχημάτων)**. Ο δάσκαλος καλείται να ενθαρρύνει τους μαθητές να χρησιμοποιεί ο καθένας το δικό του σχήμα κωδικοποίησης των πληροφοριών, ώστε

αυτές να γίνονται κτήμα του και να αποθηκεύονται στη μακροπρόθεσμή του μνήμη. **Στη «φάση της ανάκλησης» επιτυγχάνεται η ανάκληση της αποθηκευμένης στη μακροπρόθεσμη μνήμη πληροφορίας.** Η διαδικασία εντοπισμού και ανάκλησης της πληροφορίας μπορεί να ενισχυθεί και από το δάσκαλο μέσω κάποιων νύξεων οι οποίες θα διευκολύνουν το μαθητή να βρει την πληροφορία που ψάχνει γρηγορότερα. Ακολουθεί η «φάση της γενίκευσης» όπου η ανακληθείσα πληροφορία χρησιμοποιείται σε μια νέα κατάσταση μάθησης. Η μάθηση λοιπόν μεταφέρεται και ενισχύεται με τη βοήθεια των παραδειγμάτων και των οδηγιών του δασκάλου. **Ο μαθητής ολοκληρώνοντας τη φάση της γενίκευσης προβαίνει σε μια ενέργεια που επιβεβαιώνει το ότι κάτι έμαθε. Αυτή η φάση ονομάζεται «φάση της εκτέλεσης».** Αν η ενέργεια αυτή ολοκληρωθεί με επιτυχία, τότε ο στόχος υλοποιήθηκε, συντελέστηκε δηλαδή μάθηση, γεγονός που αποτελεί ενισχυτικό παράγοντα για περαιτέρω μάθηση.

Αρχικά οι οπαδοί της θεωρίας επεξεργασίας των πληροφοριών όριζαν τη μάθηση ως διασύνδεση πληροφοριακών στοιχείων. Ύστερα μετατοπίστηκαν προς την άποψη ότι μάθηση είναι η στιγμιαία και μοναδική κατασκευή του νοήματος που επηρεάζεται από την προηγούμενη γνώση, το συναισθηματικό κόσμο του μαθητή και το κοινωνικό και πολιτισμικό περιβάλλον στο οποίο μεγαλώνει. Ο ρόλος του δασκάλου είναι να βοηθήσει στην πρόσληψη των πληροφοριών, οι οποίες θα αποθηκευτούν αρχικά στη βραχυπρόθεσμη μνήμη και ύστερα από κατάλληλη επεξεργασία θα προωθηθούν στη μακρόχρονη απ' όπου μπορούν και να ανακληθούν. Απαιτείται όμως οι δραστηριότητες που οργανώνονται από το δάσκαλο να βοηθούν τους μαθητές να καταλαβαίνουν τη λογική αλληλουχία των μαθηματικών νοημάτων και όχι να αναπαράγουν μηχανιστικά διαδικασίες που δεν τις καταλαβαίνουν ή δεν έχουν αναγνωρίσει την πραγματική τους αξία. Οι μαθητές δηλαδή θα πρέπει να κατανοούν τις μαθηματικές πληροφορίες που προσλαμβάνουν. Θα πρέπει να τις συνδέουν με λογική σειρά ώστε να μπορούν να τις αποθηκεύουν εύκολα στη μνήμη τους και να τις ανακαλούν όποτε αυτό κρίνεται απαραίτητο.

Ο Gagné (1970) ανέπτυξε την επισωρευτική θεωρία για να εξηγήσει τη διαδικασία της μάθησης. Σύμφωνα με τη θεωρία αυτή η κατάκτηση πιο απλών δραστηριοτήτων από τους μαθητές συμβάλλει αποτελεσματικά στην αντιμετώπιση πιο σύνθετων

προβλημάτων. Ο Gagné ανέπτυξε μια τεχνική, η οποία ονομάζεται **ανάλυση θέματος**: κάθε πολύπλοκος διδακτικός στόχος αναλύεται σε απλούστερους που θα πρέπει ο μαθητής να έχει ήδη κατακτήσει. Η εκμάθηση μιας έννοιας προϋποθέτει την κατάκτηση όλων των άλλων νοητικών δεξιοτήτων και συμπεριφορών που προηγούνται στην ιεραρχία μάθησης. Κάθε έννοια στηρίζεται στην αφομοίωση των προηγούμενων και αποτελεί βάση για την εκμάθηση της επόμενης.

Ο Gagné υποστήριζε ότι «όλη η μάθηση δεν είναι ίδια» και γι' αυτό το λόγο πρότεινε μια ιεραρχία με οκτώ τρόπους μάθησης, ξεκινώντας από πιο απλούς και καταλήγοντας σε πιο σύνθετους. Η πρώτη κατηγορία είναι η **μάθηση σημάτων**. Η μάθηση αυτή αντιστοιχεί στη μάθηση μέσω της κλασικής εξάρτησης που περιέγραψε ο Pavlov. Ένα ανεξάρτητο ερέθισμα προκαλεί μια φυσική και αυτόματη αντίδραση από μέρος του οργανισμού, την ανεξάρτητη αντίδραση. Ένα εξαρτημένο ερέθισμα (που από μόνο του δεν προκαλεί κάποια αντίδραση) συνδυάζεται κατάλληλα με το ανεξάρτητο ερέθισμα και προκαλεί την ανεξάρτητη αντίδραση που θέλουμε. Η δεύτερη κατηγορία είναι η **μάθηση μέσω ερεθισμών – αντιδράσεων**. Στηρίζεται στη θεωρία μάθησης του Thorndike και υποστηρίζει τη σύνδεση μεταξύ ερεθίσματος και αντίδρασης, η οποία ενισχύεται με κάποιο είδος ανταμοιβής. Τρίτον η **μάθηση αλυσιδώσεων** στηρίζεται στην αντίληψη ότι για να μάθει κάποιος απαιτείται μια σειρά από αλυσιδωτές αντιδράσεις. Απαραίτητη προϋπόθεση για την επανάληψη ολόκληρης της αλυσίδας αποτελεί η άμεση ενίσχυση του τελικού στόχου που θα επιτευχθεί ώστε να αποτελέσει ικανοποιητικό κίνητρο. Η **μάθηση λεκτικών συνειρμών αναφέρεται στη συνειρμική σύνδεση αντικειμένων με τα ονόματά τους ή με γενικότερες συνειρμικές αλυσίδες**. Η **μάθηση πολλαπλής διάκρισης** υποστηρίζει τη δυνατότητα του μαθητή να διαφοροποιεί τις αντιδράσεις του στα διαφορετικά ερεθίσματα. Η σημασία της διάκρισης των στη μάθηση εννοιών είναι πολύ σημαντική στη μαθηματική διδασκαλία. Συχνά οι μαθητές αδυνατούν να αναγνωρίσουν μια μαθηματική έννοια ή ένα γεωμετρικό σχήμα διότι ποτέ δεν έχουν εστιάσει ουσιαστικά στη μάθηση των χαρακτηριστικών της. Η **μάθηση εννοιών** αναφέρεται στη διεργασία κατά την οποία οι μαθητές σχηματίζουν, διαχωρίζουν ή κατανοούν τις έννοιες. Η μάθηση εννοιών περιλαμβάνει την απόκτηση της ικανότητας διάκρισης και των λεκτικών συνειρμών και την

παρουσίαση διαφορετικών παραδειγμάτων μιας έννοιας. **Η μάθηση κανόνων** αφορά κυρίως τη μάθηση ορισμών και σχέσεων που διέπουν τις μαθηματικές έννοιες. Για να χρησιμοποιήσουν σε ένα πρόβλημα τον κανόνα όμως οι μαθητές πρέπει να έχουν την ικανότητα να ολοκληρώσουν μια σειρά ενέργειες που θα τους οδηγήσουν στο επιθυμητό αποτέλεσμα. Δεν είναι αρκετή η απομνημόνευση του κανόνα αλλά πρέπει ο δάσκαλος να εξασφαλίσει ότι ο μαθητής θα καταστεί ικανός μετά από τη διδασκαλία να εφαρμόζει τον κανόνα που διδάχθηκε σε οποιοδήποτε προβληματική κατάσταση κριθεί να αντιμετωπίσει. Για αυτό το λόγο ο δάσκαλος πρέπει να εξασφαλίσει ότι α) οι έννοιες που απαρτίζουν την αλυσίδα του κανόνα πρέπει να εμπедωθούν πρώτες, β) θα διατυπώσει καθαρά το σκοπό της μάθησης του κανόνα, γ) θα δώσει συγκεκριμένες οδηγίες και θα παρουσιάσει παραδείγματα που θα βοηθήσουν τους μαθητές να συλλάβουν τη δομή και την κεντρική ιδέα του κανόνα, ε) οι μαθητές θα εφαρμόσουν τον κανόνα σε ένα πλήθος διαφορετικών καταστάσεων. **Τέλος η μάθηση επίλυσης προβλημάτων είναι η ανώτερη μορφή νοητικής δεξιότητας.** Απαιτεί σύνθεση κανόνων και άλλων νοητικών δεξιοτήτων για να αντιμετωπίσουν ένα πρόβλημα που βλέπουν πρώτη φορά. Η δραστηριότητα αυτή περιλαμβάνει κατανόηση του προβλήματος, διατύπωση υποθέσεων και εικασιών, έλεγχο αυτών, τροποποίηση, επαλήθευση.

Η σπουδαιότητα της θεωρίας του Gagné έγκειται στο γεγονός ότι η ανάλυση των γνωστικών στηριγμάτων του θέματος κάθε διδασκαλίας δίνει τη δυνατότητα στο δάσκαλο να εντοπίζει τους κινδύνους αποτυχίας του διδακτικού στόχου που οφείλεται στη μη εμπέδωση κάποιας από τις επιμέρους προαπαιτούμενες γνώσεις. Το αρνητικό είναι όμως ότι οι μαθητές διαφέρουν ως προς τον τρόπο με τον οποίο μαθαίνουν αλλά και ως προς την ταχύτητα μάθησης. Επίσης κάθε μαθητής μπορεί να έχει κενά σε διαφορετικό σημείο της προαπαιτούμενης γνώσης, με αποτέλεσμα ο δάσκαλος να αδυνατεί να τα καλύψει όλα στο διδακτικό χρόνο που διαθέτει. Εδώ κρίνεται απαραίτητη η ενεργοποίηση της διαγνωστικής – θεραπευτικής και προληπτικής διάστασης της διδακτικής πρακτικής του δασκάλου, η οποία είναι παραμελημένη στη σημερινή διδασκαλία. Ο δάσκαλος αδυνατεί να διερευνήσει και να αποκαλύψει τις δυσκολίες και τα γνωστικά κενά κάθε μαθητή, γεγονός που οφείλεται στην περιορισμένη έκταση του διδακτικού χρόνου συνδυασμένη με το μεγάλο όγκο της ύλης που πρέπει να διδάξει. Έτσι, τα γνωστικά κενά του μαθητή διογκώνονται και το

οδηγούν στην αδυναμία παρακολούθησης της διδασκαλίας πιο σύνθετων εννοιών εφόσον δεν κατέχει τις έννοιες οι οποίες προαπαιτούνται. Σε αυτό το σημείο βοηθά αποτελεσματικά ο προγραμματισμός εξατομικευμένης διδασκαλίας για κάθε μαθητή καθώς και η χρήση της ενισχυτικής διδασκαλίας, δομές που θα καλύψουν τα γνωστικά κενά του και θα τον ενισχύσουν για να μπορέσει να δεχθεί τη γνώση που ακολουθεί.

Η θεωρία του Gagné όμως παρουσιάζει και ένα αδύναμο σημείο. Παρατηρούμε πολλές φορές ότι στα πλαίσια πάντα μιας γνωστικής ιεραρχίας οι μαθητές φαίνεται να μαθαίνουν σύνθετες συμπεριφορές χωρίς ιδιαίτερη εξάσκηση στις προαπαιτούμενες γνώσεις που θεωρούνται απαραίτητες. Συγκεκριμένα ο Dienes (1963) έδειξε ότι οι μαθητές που έμαθαν ένα πιο περίπλοκο παιχνίδι, έμαθαν στη συνέχεια σε λιγότερο χρόνο, συγκρινόμενοι με μαθητές που έμαθαν πρώτα το απλό και ύστερα το σύνθετο, μια απλούστερη εκδοχή του. Το φαινόμενο αυτό δείχνει την πολυπλοκότητα του φαινομένου της μάθησης, μάθηση η οποία εξαρτάται από τις διαφορές και την ιδιοσυγκρασία κάθε μαθητή και από την αλληλεπίδραση με άλλα γνωστικά αντικείμενα, όπου η προαπαιτούμενη γνώση μπορεί να έχει αναπτυχθεί.

1.3 Η θεωρία των σταδίων νοητικής ανάπτυξης του Piaget

Στις αρχές του 20^{ου} αιώνα πίστευαν ότι τα παιδιά σκέφτονται όπως οι μεγάλοι. Οι δάσκαλοι αντιμετώπιζαν τα παιδιά με τον ίδιο τρόπο ασχέτως ηλικίας. Διαφοροποιούσαν μονάχα τον όγκο των ασκήσεων που έδιναν στα παιδιά ως εργασία. Το μάθημα διδασκόταν με τη κλασσική μορφή της διάλεξης, ενώ οι μαθητές άκουγαν προσεκτικά, κρατούσαν σημειώσεις και εξασκούσαν με διάφορες ασκήσεις. Ο Ελβετός γενετικός επιστημολόγος Jean Piaget παρατήρησε ότι η γνωστική ανάπτυξη των παιδιών διαφέρει ανάλογα με την ηλικία τους και το περιβάλλον τους. Τα πειράματα του Piaget έδειξαν ότι τα παιδιά αναπτύσσουν κάποιες ικανότητες οι οποίες διαφέρουν από παιδί σε παιδί και από περιοχή σε περιοχή αλλά η σειρά με την οποία εμφανίζονται είναι ίδια δηλαδή κάθε φάση της νοητικής τους ανάπτυξης αποτελεί συνέχεια της προηγούμενης. Τα στάδια της νοητικής ανάπτυξης των παιδιών σύμφωνα με τον Piaget είναι:

1. **αισθησιοκινητικό στάδιο (sensorimotor stage):** 0-2 ετών. Σε αυτή την ηλικία τα μωρά γνωρίζουν τον κόσμο χρησιμοποιώντας μόνο τις τρεις κυρίως από τις πέντε αισθήσεις τους, την ακοή, την όραση και την αφή. Η γλωσσική επικοινωνία δεν έχει αναπτυχθεί καθόλου και γι' αυτό η προσοχή του μωρού εστιάζεται στην παρατήρηση του περιβάλλοντός του. Δεν μπορεί να αντιληφθεί τον κόσμο γύρω του από άλλη οπτική γωνία παρά μόνο από τη δική του με αποτέλεσμα να σκέφτεται και να δρα εγωκεντρικά.
2. **προσυλλογικό στάδιο (preoperational stage):** 2-7 ετών. Στο στάδιο αυτό το παιδί αρχίζει να σχηματίζει στοιχειώδεις έννοιες και να δημιουργεί απλές ταξινομήσεις με βάση την ομοιότητα των αντικειμένων. Η γλώσσα διαμορφώνεται σιγά σιγά, γεγονός που βοηθά το παιδί στην επικοινωνία του με το περιβάλλον. Οι δραστηριότητες που αναπτύσσει είναι η μίμηση και το παιχνίδι. Οι μαθηματικές του γνώσεις στο στάδιο αυτό περιορίζονται στο πρακτικό επίπεδο διαχωρισμού, π.χ. σχημάτων. Προς το τέλος του σταδίου αυτού αρχίζει να λύνει τα διάφορα προβλήματα που παρουσιάζονται και να επεξεργάζεται μαθηματικές έννοιες.
3. **στάδιο των συγκεκριμένων λειτουργιών (concrete operational stage):** 7 – 12,13 ετών. Κατά τη διάρκεια αυτής της περιόδου το παιδί διαμορφώνει την ικανότητα να ελέγχει τη σκέψη του συνειδητοποιώντας την αλληλουχία των λειτουργιών που λαμβάνουν χώρα στο μυαλό του. Υποχωρεί το εγωκεντρικό στοιχείο της προσωπικότητάς του και αναπτύσσεται το αίσθημα συνεργασίας με άλλα άτομα. Στην ηλικία αυτή το παιδί αντιλαμβάνεται σχέσεις μεταξύ πραγμάτων ή προσώπων, εκτελεί αντιστρέψιμες πράξεις, αποδέχεται την αντιστροφή κάποιων ενεργειών, η σκέψη του λοιπόν γίνεται πιο συστηματική και πιο λογική. Αντιλαμβάνεται τη διατήρηση της ποσότητας, συγκρίνει και συσχετίζει αντικείμενα και καταστάσεις, διατάσσει αντικείμενα με βάση κάποιο χαρακτηριστικό τους και αναπτύσσει την ικανότητα της νοητικής αναπαράστασης. Έτσι το παιδί αρχίζει να σχηματίζει τις βασικές μαθηματικές έννοιες και να οικοδομεί την έννοια του συνόλου, της ακολουθίας, της διάταξης, του μήκους, του βάρους, του εμβαδού. Στο στάδιο αυτό όμως δεν μπορεί να επεξεργαστεί τις πολύπλοκες μαθηματικές έννοιες και δεν έχει αποκτήσει ακόμα την ικανότητα να σκέφτεται με αφηρημένο τρόπο. Αυτός είναι και ο λόγος ο

οποίος επιβάλλει στο δάσκαλο να ανατρέχει σε συγκεκριμένα παραδείγματα κατά τη διδασκαλία του και να μη χρησιμοποιεί αφηρημένες καταστάσεις.

4. **στάδιο των τυπικών λειτουργιών (stage of formal operations)** ή των αφηρημένων νοητικών ενεργημάτων: 13 + έτη. Το πρώτο χαρακτηριστικό που αναπτύσσεται σε αυτό το στάδιο είναι η ικανότητα της αφαιρετικής σκέψης. Ο έφηβος δεν χρειάζεται πια συγκεκριμένα παραδείγματα για να κατανοήσει μια έννοια, αλλά μπορεί να βασιστεί σε υποθέσεις, πραγματικές ή όχι, για να καταλήξει σε ένα συμπέρασμα. Η ανάπτυξη αφηρημένων συλλογισμών συμβάλλει στο να αναπτυχθεί η κριτική ικανότητα του εφήβου καθώς και η επινόηση των προσωπικών του θεωριών. Οι συλλογισμοί που είναι δυνατόν να αναπτύξει ο έφηβος σε αυτό το στάδιο της νοητικής του ανάπτυξης είναι συνδυαστικοί και έχουν τη δυνατότητα αντιστροφής και αμοιβαιότητας. Έτσι λοιπόν οι θεωρίες του εφήβου αποκτούν ευελιξία και μπορούν να χρησιμοποιηθούν είτε αντίστροφα είτε σε αμοιβαία σχέση με κάποιες άλλες.

Τον Piaget τον ενδιέφερε η λειτουργικότητα του ανθρώπινου εγκεφάλου, η μετάβαση σε ένα ανώτερο νοητικό επίπεδο. Διανοητική ανάπτυξη κατά τον Piaget είναι η απόκτηση νέων γνωστικών ικανοτήτων που δεν υπήρχαν πριν. Η απόκτηση αυτών των ικανοτήτων δεν προκύπτει από την ποσοτική αύξηση των δεξιοτήτων του ατόμου, αλλά από την ποιοτική αλλαγή της δομής της σκέψης μέσω αλληλεπίδρασης με το περιβάλλον. Τα τέσσερα στάδια διανοητικής ανάπτυξης είναι ιεραρχημένα με τέτοιο τρόπο ώστε κάθε άνθρωπος να υπακούει σ' αυτή τη διαδοχή. Για να φτάσουμε σε ένα στάδιο πρέπει να έχουμε διασχίσει απαραίτητως τα προηγούμενα. Βέβαια κάθε παιδί διανύει κάθε στάδιο σε διαφορετικό χρόνο, ποτέ όμως δεν αλλάζει η σειρά με την οποία κατακτώνται τα νοητικά στάδια. Επιπροσθέτως, μεταγενέστεροι μελετητές της θεωρίας που διατυπώθηκε από τον Piaget, υποστηρίζουν ότι τα βασικά τέσσερα στάδια της νοητικής ανάπτυξης του ανθρώπου δεν διαχωρίζονται επαρκώς και είναι δυνατόν κάποιες συμπεριφορές να μην είναι στατικές, αλλά να μεταφέρονται και να εμπλέκονται σε περισσότερα από ένα στάδια.

Η θεωρία του Piaget για τη μάθηση αποτέλεσε σημαντικό παράγοντα επιρροής της διαδικασίας της διδασκαλίας σε πολλές χώρες. Ο μαθητής μαθαίνει εκτελώντας ορισμένες πράξεις και λογικές ενέργειες που πρέπει να προκληθούν κατά τη

διδασκαλία. Κάθε νοητική πράξη κατασκευάζεται προοδευτικά ξεκινώντας από απλά σχήματα μέχρι πιο σύνθετα λογικά συστήματα. Οι σημαντικότερες συνέπειες της αναπτυξιακής θεωρίας του Piaget για τη μάθηση και τη διδασκαλία (Τουμάσης, 1994) είναι:

1. οι διανοητικές ικανότητες δεν στοιβάζονται η μία πάνω στην άλλη, αλλά οικοδομούνται τροποποιώντας οι νέες τις παλιές,
2. η εξέλιξη της νοημοσύνης των παιδιών συντελείται με φυσικές και αυθόρμητες ενέργειες ή με τη βοήθεια της σχολικής εκπαίδευσης μέσω κατάλληλων δραστηριοτήτων,
3. το περιβάλλον μέσα στο οποίο μεγαλώνει ένα παιδί και το σχολείο στο οποίο φοιτά μπορούν να αυξήσουν ή να μειώσουν το χρόνο που χρειάζεται το παιδί για να διασχίσει ένα στάδιο, δεν μπορεί ποτέ όμως να αλλάξει τη σειρά των σταδίων,
4. το σχολείο πρέπει να αναπτύσσει την ερευνητική διάθεση και τη πειραματική στάση των μαθητών μιας και τα δυο αυτά στοιχεία θεωρούνται βασικές διαδικασίες νοητικής λειτουργίας και μάθησης,
5. το σχολείο δεν πρέπει να επιβάλλει στο μαθητή γνώσεις, αλλά να τον βοηθά να τις κατακτάει μέσω ενεργούς συμμετοχής σε δραστηριότητες,
6. τα ενδιαφέροντα και οι εμπειρίες κάθε μαθητή πρέπει να χρησιμοποιούνται για την κατάκτηση των επιπέδων νοητικής ανάπτυξης,
7. κατάλληλη χρήση των τεχνολογικών μέσων ώστε να προαχθεί η ενεργός συμμετοχή του μαθητή μέσα από κατάλληλες δραστηριότητες,
8. η μάθηση δεν λαμβάνεται παθητικά μέσω της ακρόασης, αλλά κατακτιέται, οικοδομείται, κατασκευάζεται ενεργά από το μαθητή,
9. ο δάσκαλος πρέπει να οργανώνει κατάλληλες μαθησιακές δραστηριότητες, ανάλογα με το νοητικό στάδιο και την αντίληψη, τα ενδιαφέροντα, τις εμπειρίες των μαθητών, δραστηριότητες που να οδηγούν στον αντικειμενικό στόχο της μάθησης,
10. η μέθοδος διδασκαλίας που υλοποιείται βασισμένη στη θεωρία μάθησης του Piaget αποβλέπει στην καλλιέργεια της ερευνητικής διάθεσης και του πειραματισμού των μαθητών. Επιτρέπει τη μύηση των παιδιών στην εικασία, την επαλήθευση και το έλεγχο. Καλλιεργεί την ταξινόμηση, τη διάταξη, την αναλογία, την εξαγωγή αρχών, δομές σκέψεις που μπορούν να βοηθήσουν

στην κατάκτηση των ειδικών γνώσεων. Ενθαρρύνει τη συζήτηση μεταξύ των μαθητών και περιορίζει το ρόλο του δασκάλου στην παρέμβαση όταν οι μαθητές συναντήσουν δυσκολίες. Υποστηρίζει τη συνεργασία μεταξύ των μαθητών και μεταξύ του δασκάλου και των μαθητών του ως το πλέον κατάλληλο μαθησιακό περιβάλλον.

1.4 Η ανακαλυπτική μάθηση

Η θεωρία του Piaget επηρέασε την Παιδαγωγική Επιστήμη σε μεγάλο βαθμό. Η εργασία του αποτέλεσε αστείρευτη πηγή ιδεών για το πώς μαθαίνει να σκέφτεται ένα παιδί. Ο Jerome Bruner στηρίχθηκε πολύ στην αναπτυξιακή θεωρία του προγενέστερου του ψυχολόγου Piaget για να διατυπώσει τη δική του θεωρία για το πώς μαθαίνει ένα παιδί. Οι βασικές ιδέες του Bruner αφορούσαν την ανακαλυπτική προσέγγιση στη μάθηση (discovery learning), το ρόλο της διαίσθησης και τη μελέτη των δομών.

Ο Bruner πίστευε ότι οι μαθητές δεν πρέπει να παίρνουν έτοιμοι τη γνώση από το δάσκαλο. Αντιθέτως ο εκπαιδευτικός είναι υπεύθυνος για την ενθάρρυνση των μαθητών του να ανακαλύψουν μόνοι τους τις μαθηματικές έννοιες και ιδέες. Ο δάσκαλος πρέπει να οργανώνει τη διδασκαλία του χρησιμοποιώντας διάφορες δραστηριότητες για να παρακινήσει το μαθητή στην ανακάλυψη. Η διδασκαλία λοιπόν επιδέχεται πολλούς τρόπους υλοποίησης, ανάλογα με το ποια θα επιλέξει να ακολουθήσει ο δάσκαλος. Η διαδικασία της ανακάλυψης όμως αντιμετωπίζεται από τον Bruner σαν μια διαδικασία εξερεύνησης και πειραματισμού κι όχι ως ένα απλό προϊόν που ανακαλύπτεται. Η μάθηση των μαθηματικών απαιτεί ενεργή συμμετοχή, ανακατασκευή της γνώσης, πειραματισμό, εξερεύνηση, ανακάλυψη. Η ανακάλυψη που οδηγεί με ακρίβεια στην κατανόηση της μαθηματικής έννοιας μετατρέπεται από μόνη της σε ανταμοιβή για το μαθητή, μια ουσιαστική ανταμοιβή για την δημιουργική του εργασία. Το μόνο πρόβλημα που αναδύεται φαίνεται να είναι ο διδακτικός χρόνος, ο οποίος κρίνεται ανεπαρκής και λιγοστός για την εφαρμογή μιας διδασκαλίας βασισμένης στην ανακαλυπτική θεωρία.

Στα μαθηματικά η διαίσθηση χρησιμοποιείται με δύο διαφορετικούς τρόπους. Λέμε ότι κάποιος σκέφτεται διαισθητικά όταν φτάνει στη λύση ενός προβλήματος ξαφνικά, τυχαία. Επίσης μεγάλος μαθηματικός θεωρείται αυτός που από διαίσθηση διατυπώνει εύστοχες εικασίες κατά τη λύση ενός προβλήματος ή αυτός που διαισθάνεται ποια λύση είναι αποδοτικότερη μέσα σε ένα σύνολο πιθανών λύσεων του προβλήματος. Ο Bruner λοιπόν θεώρησε την καλλιέργεια της διαισθητικής σκέψης του παιδιού κυρίαρχο στόχο της διδασκαλίας των μαθηματικών. Η αξία της διαίσθησης έγκειται στο γεγονός ότι οδηγεί σε εικασίες και υποθέσεις άξιες ελέγχου και διερεύνησης και σε λύσεις που δεν είναι εφικτές μόνο με την αναλυτική σκέψη. Είναι σημαντικό λοιπόν να επιτυγχάνουμε μια διαισθητική αντίληψη των εννοιών και ιδεών πριν καθοδηγήσουμε το μαθητή στις πιο τυπικές μεθόδους του συμπεράσματος και της απόδειξης.

Η ουσιαστική μάθηση εξαρτάται από την τέλεια κατανόηση της δομής μιας έννοιας, κατά τον Bruner. Για να μπορέσει ο μαθητής να κατανοήσει πλήρως μία έννοια πρέπει να αφιερωθεί στη βαθιά κατανόηση των βασικών αρχών που τη συνθέτουν. Η εμπάθυνση αυτή θα του φανεί χρήσιμη και έξω από το σχολείο, στην καθημερινή του ζωή ή σε ανώτερες σπουδές. Για να μπορέσει να αντιληφθεί ο μαθητής αν μια μαθηματική έννοια εφαρμόζεται και έξω από τη σχολική τάξη πρέπει να έχει πλήρως κατανοήσει τη φύση της. Όσο πιο πολύ και σε βάθος κατανοήσει μια έννοια τόσο περισσότερο θα διευρύνει το πεδίο εφαρμογής της σε νέα προβλήματα.

Ο Bruner παρόλο που επηρεάστηκε από την αναπτυξιακή θεωρία δεν υιοθέτησε την αντιστοιχία μεταξύ της νοητικής ανάπτυξης και της ηλικιακής ωρίμανσης. Υποστήριξε ότι όλα τα θέματα μπορούν να διδαχθούν σε όλους τους μαθητές ανεξάρτητα από το στάδιο ανάπτυξής τους. Η άποψή του αυτή για τη διδασκαλία θεωρήθηκε ριζοσπαστική για την εποχή του μα επηρέασε καθοριστικά τη μαθηματική εκπαίδευση τη δεκαετία του '60. Σύμφωνα με τον Bruner καμία έννοια δεν είναι δυσνόητη. Αρκεί ο δάσκαλος να επιλέξει τη σωστή προσέγγιση και την κατάλληλη γλώσσα για να τη διατυπώσει, λαμβάνοντας υπόψη του το επίπεδο διανοητικής ανάπτυξης του παιδιού. «Είναι εύκολο να κάνουμε ασήμαντες ερωτήσεις εμείς ή οι μαθητές μας γύρω από κάποιο ειδικό θέμα ή έννοια. Είναι επίσης εύκολο να υποβάλλουμε δύσκολες ερωτήσεις που να μην είναι δυνατόν να απαντηθούν από τους

μαθητές. Η δυσκολία βρίσκεται στο να βρούμε τις ερωτήσεις στις οποίες μπορεί να δοθεί απάντηση και που οδηγούν σε κάποιο σκοπό. Αυτό είναι το μεγάλο έργο που καλούνται να επιτελέσουν οι δάσκαλοι και οι συγγραφείς διδακτικών βιβλίων» (Bruner, 1970). Το σπειροειδές αναλυτικό πρόγραμμα (spiral curriculum) αποτελεί άμεση συνέπεια της προαναφερθείσας άποψης του Bruner. Με το πρόγραμμα αυτό οι έννοιες εισάγονται από νωρίς, προσαρμοσμένες στο διανοητικό επίπεδο των παιδιών και επαναλαμβάνονται, σε μεγαλύτερες τάξεις. Κάθε επανάληψη συνοδεύεται με ποσοτικό και ποιοτικό εμπλουτισμό της έννοιας και επεξεργασία της σε ανώτερο επίπεδο.

Ο ρόλος του δασκάλου στη μάθηση μέσω της ανακάλυψης είναι περιορισμένος. Ο Bruner υποστήριξε τη μάθηση με ελάχιστη καθοδήγηση από το δάσκαλο. Ο μαθητής είναι εκείνος που θα πειραματιστεί, θα διατυπώσει εικασίες τις οποίες θα επιβεβαιώσει ή απορρίψει, θα εξερευνήσει και τέλος θα ανακαλύψει τη νέα γνώση. Ο δάσκαλος βέβαια δεν παύει να είναι απαραίτητος, αφού είναι αυτός που θα οργανώσει τις κατάλληλες δραστηριότητες, σύμφωνα με τις εμπειρίες των παιδιών, το διανοητικό τους επίπεδο, την ενότητα και τους στόχους που θέλει να υλοποιήσει. Θα επιλέξει δραστηριότητες που να προάγουν την ερευνητική ικανότητα των μαθητών του και να κεντρίζουν την περιέργειά τους για να ανακαλύψουν τι πραγματικά κρύβεται μέσα στη δραστηριότητα που καλούνται να υλοποιήσουν.

1.5 Η θεωρία κατασκευής της γνώσης

Η αναπτυξιακή θεωρία του Piaget παρείχε τις βάσεις και σε μια νέα κατεύθυνση στην παιδαγωγική ψυχολογία, την κατασκευαστική (constructivism) ή κονστρουκτιβιστική άποψη για τη μάθηση. Η κατασκευαστική θεωρία αποτελεί την πιο σύγχρονη και πιο αποδεκτή αντίληψη γύρω από τη μάθηση και τη διδασκαλία. Βασίζεται στην αναπτυξιακή θεωρία του Piaget και σε πρόσφατες εργασίες θεωρητικών και ερευνητών παιδαγωγών στην περιοχή της μαθηματικής εκπαίδευσης (Dynes 1973, Sinclair 1987, Steffe 1988).

Η κεντρική ιδέα της κατασκευαστικής θεωρίας είναι ότι **η γνώση κατασκευάζεται ενεργητικά από το μαθητή και δεν προσλαμβάνεται παθητικά από το περιβάλλον του**. Ο μαθητής κατανοεί τις νέες έννοιες που διδάσκεται χρησιμοποιώντας τις δικές του προηγούμενες γνώσεις και δεν τις απορροφά παθητικά αποδεχόμενος τις απόψεις του δασκάλου του. Το ερέθισμα για την κατασκευή της νέας γνώσης δίνεται από το δάσκαλο, ο οποίος φέρνει το μαθητή του αντιμέτωπο με μια προβληματική κατάσταση η οποία καταρχήν δεν συμβιβάζεται με την ενυπάρχουσα γνώση του παιδιού. Το γεγονός αυτό προκαλείται αν οι υπάρχουσες γνωστικές δομές του μαθητή δεν επαρκούν για να λύσουν ή να εξηγήσουν τη νέα κατάσταση. Ο μαθητής στην προσπάθειά του να αντιμετωπίσει το νέο πρόβλημα βρίσκεται σε διανοητική δράση και σε τροποποίηση των προηγούμενων αντιλήψεων και ιδεών του, προκειμένου να ερμηνευτεί η νέα εμπειρία. Οι λύσεις που προτείνει ο κάθε μαθητής λοιπόν είναι δυνατόν να διαφέρει αφού αποτελούν προσωπική τους κατασκευή, λύση βασισμένα στις δικές τους εμπειρίες, γνώσεις, αντιλήψεις.

Η ατομική κατασκευή της γνώσης από το μαθητή **επηρεάζεται όμως και από το κοινωνικό και πολιτισμικό περιβάλλον του**. Κάθε παιδί ανήκει σε πολλές ομάδες (οικογένεια, σχολική τάξη, φίλοι). Κάθε ομάδα εργάζεται να κατανοήσει τον κόσμο γύρω της, να επικοινωνήσει με τις άλλες ομάδες και να προωθήσει τους σκοπούς της. Οι ατομικές και κοινωνικές διαδικασίες που αναπτύσσονται είναι ταυτόχρονες και αλληλένδετες. Τα μέλη της ομάδας διατυπώνουν ιδέες και προτείνουν λύσεις προς τα άλλα μέλη της ομάδας, τις συζητούν, αντιπαρατίθενται, συμφωνούν και διαφωνούν. Με αυτόν τον τρόπο η προηγούμενη γνώση του κάθε μέλους εμπλουτίζεται, αναδιοργανώνεται και μετασχηματίζεται μέσα σε ένα κλίμα επικοινωνίας και συνεργασίας. Η κατασκευαστική προσέγγιση για τα μαθηματικά υποστηρίζει ότι το να μάθει κάποιος μαθηματικά αποτελεί μια ζωντανή ανθρώπινη δραστηριότητα και η κοινωνική αλληλεπίδραση μέσα στην τάξη και έξω απ' αυτήν παίζει καθοριστικό ρόλο στον τρόπο που μαθαίνουν τα παιδιά μαθηματικά. Η αλληλεπίδραση των μαθητών μεταξύ τους αλλά και με το δάσκαλο επιδρά στο τι μαθαίνουν και πως μαθαίνουν. Η συνεργατική ατμόσφαιρα μάθησης συμβάλλει θετικά στο να μάθουν οι μαθητές πολλά περισσότερα πράγματα πέραν των αυστηρά μαθηματικών εννοιών. Αναπτύσσουν απόψεις γύρω από τα μαθηματικά και τη χρησιμότητά τους, για το ρόλο του δασκάλου στη διαδικασία της μάθησης, καλλιεργείται θετική στάση και

μειώνεται ο φόβος που προκαλείται από ένα αυστηρό στυλ διδασκαλίας. Η συνεργασία και η διαπραγμάτευση αναδεικνύονται σημαντικότερα στοιχεία από τον εγωκεντρισμό και τον ανταγωνισμό. Τέλος, η ενθάρρυνση των μαθητών στο να συζητούν και να διαπραγματεύονται τις λύσεις τους χωρίς το φόβο του λάθους καλλιεργεί την ανάπτυξη της αμοιβαίας εμπιστοσύνης μεταξύ του δασκάλου και των μαθητών, η οποία εξασφαλίζει ιδανικές προϋποθέσεις για περαιτέρω μάθηση.

Η τρίτη βασική ιδέα της κατασκευαστικής θεωρίας είναι ότι η **μάθηση ενεργοποιείται μέσα από προβληματικές καταστάσεις** (Thompson, 1985). Τα προβλήματα τα οποία βρίσκουν οι μαθητές ενδιαφέροντα διαφέρουν ανάλογα με τις γνώσεις τους, τις εμπειρίες τους και τους ευρύτερους σκοπών που θέτουν. Το στάδιο της νοητικής ανάπτυξης και της μαθηματικής ωρίμανσης στο οποίο βρίσκεται κάθε μαθητής επιβάλλει διαφορετικές μεθόδους λύσεων και διαφορετική ερμηνεία των μαθηματικών προβλημάτων από τους μαθητές. Επίσης το διαφορετικό εννοιολογικό επίπεδο το οποίο έχει κατακτήσει κάθε μαθητής σε συνδυασμό με την πείρα που διαθέτει στην επίλυση μαθηματικών προβλημάτων προσδιορίζουν τον τύπο των προβλημάτων που επιλέγει να λύσει. Κάθε παιδί προσπαθεί να λύσει εκείνα τα προβλήματα που αγγίζουν την περιέργειά του, άπτονται των μαθηματικών του γνώσεων και του νοητικού επιπέδου που έχει κατακτήσει.

Οι δραστηριότητες που προτείνονται για την εφαρμογή της κατασκευαστικής θεωρίας μάθησης είναι δραστηριότητες διερεύνησης και ανακάλυψης. Ο δάσκαλος οργανώνει τη διδασκαλία του υλοποιώντας δραστηριότητες που προάγουν τη διερευνητική ικανότητα των μαθητών του, οι οποίοι με τη σειρά τους εξερευνούν τον κόσμο που ξεδιπλώνεται μέσα από το πρόβλημα που θέτει η δραστηριότητα. Οι διερευνητικές δραστηριότητες πρέπει να ενέχουν και το στοιχείο της ανακάλυψης. Ο μαθησιακός στόχος πρέπει να είναι καλά κρυμμένος στη δραστηριότητα και να ξετυλίγεται κατά την υλοποίησή της από το μαθητή. Η ανακαλυπτική πλευρά των δραστηριοτήτων είναι εξαιρετικά σημαντική για το μαθητή μιας και η ανακάλυψη είναι αυτή που τον ικανοποιεί. Η χαρά της ανακάλυψης είναι αυτή που τον ωθεί στην εξερεύνηση, αυξάνει την αυτοπεποίθησή του και τη θέλησή του για περαιτέρω μάθηση.

Ακόμα και τα μαθηματικά δεν αποτελούν αντικειμενική γνώση. Οι Imre Lakatos (1976), Davis και Hersh (1981) υποστηρίζουν ότι τα μαθηματικά είναι ένα ανθρώπινο δημιούργημα λογικής και ότι η διαδικασία παραγωγής, ανάπτυξης και εξέλιξης του αποτελείται από εικασίες, υποθέσεις, απορρίψεις και επαληθεύσεις. Τα μαθηματικά δηλαδή είναι μια επιστήμη που ενέχει λάθη και που η εξέλιξή της συνίσταται στη συνεχή αμφισβήτηση και επαναπροσδιορισμό των αξιωμάτων της. Υποστηρίζουν ότι το πώς ένας μαθητής μαθαίνει μαθηματικά δεν διαφέρει καθόλου από το πώς ένας επιστήμονας προσπαθεί να θεμελιώσει τη θεωρία του. Η διαδικασία της μάθησης λοιπόν έγκειται στην υποθετική, παραγωγική και εμπειρική διαδικασία η οποία οδηγεί στη δημιουργία και ανάπτυξη προσωπικών νοημάτων από τους μαθητές. Τα νοήματα αυτά προκύπτουν μέσα από υποθέσεις, εικασίες, αποδείξεις, ανασκευές, αντιπαραδείγματα, συνεχείς τροποποιήσεις και ελέγχους. Σύμφωνα με τον Papert (1972) το ζητούμενο στη διδακτική των μαθηματικών είναι ο κάθε μαθητής να «κάνει μαθηματικά» ο ίδιος. Υποστήριζε πώς αν θέλει κάποιος να μάθει κάτι πρέπει πρώτα να το διδάξει. Στηριζόμενος σε αυτή την άποψη ο Papert έφτιαξε τη Logo, μια «γλώσσα» μέσω της οποίας ο μαθητής υποδύομενος το ρόλο του δασκάλου θα δίδασκε τον υπολογιστή, έστω μαθηματικά. Σε αυτό το στάδιο είναι που ο μαθητής μπορεί με κατάλληλα και σύγχρονα εργαλεία να τα καταφέρει, να «κάνει δηλαδή μαθηματικά».

Η Διδακτική των Μαθηματικών στηρίζεται σε γνωστικές θεωρίες αλλά επικεντρώνεται κυρίως στις συνθήκες ανάπτυξης των μαθηματικών εννοιών. Η θεωρία οικοδόμησης της γνώσης (εποικοδομητισμός, κονστρουκτιβισμός) αναγνωρίζεται σε διεθνές επίπεδο ως η θεωρία που συμβάλλει αποτελεσματικά στη μάθηση. Ο κονστρουκτιβισμός στηρίζεται στις εξής αρχές, σύμφωνα με τους von Glasserfeld (1991) και Lerman (1994):

- Η γνώση δεν προσλαμβάνεται παθητικά από το μαθητή, αλλά οικοδομείται δυναμικά από αυτόν.
- Ο μαθητής δεν ανακαλύπτει μια προϋπάρχουσα πραγματικότητα, αλλά οργανώνει και δομεί τις γνώσεις του υποκειμενικά επηρεαζόμενος από το περιβάλλον στο οποίο μεγαλώνει.

Με τις επιπτώσεις των θεωρητικών αυτών αρχών στη διδασκαλία, στη γνωστική ανάπτυξη και στη διαδικασία μάθησης των μαθητών έχει ασχοληθεί ο Jaworski (1994). Συγκεκριμένα υποστηρίζει ότι ο εκπαιδευτικός γνωρίζει ότι η γνώση δεν μεταδίδεται με την απλή παρουσίασή της, αλλά κατακτάται με την προσωπική δραστηριοποίηση του μαθητή. Επίσης υποστηρίζει τη δραστηριοποίηση των μαθητών και παρακολουθεί τα λάθη τους, τα οποία υποδηλώνουν με ποιο τρόπο αντιλαμβάνονται τις έννοιες τις οποίες μελετούν. Τέλος υπογραμμίζει ότι ο εκπαιδευτικός στοχεύει στην κατανόηση των εννοιών από τους μαθητές και όχι στη στείρα επανάληψη κάποιων συμπεριφορών.

Η διεθνώς κυρίαρχη κατεύθυνση, λοιπόν, είναι το «κάνω Μαθηματικά» των μαθητών κι όχι το «μεταδίδω Μαθηματικά» των δασκάλων. Η διδασκαλία των Μαθηματικών πρέπει συνεπώς να επικεντρωθεί περισσότερο στο υποκείμενο που μαθαίνει και λιγότερο στο μαθηματικό περιεχόμενο, γεγονός που καθιστά επίπονη την οργάνωση της διδασκαλίας μιας και η σύνδεση των εμπειριών των μαθητών δύσκολα συνδέεται με τη μαθηματική γνώση. Η σύνδεση αυτή μελετάται από τις θεωρίες των διδακτικών καταστάσεων και του εννοιολογικού επιπέδου (Brousseau, 1997 και Vergnaud, 1996), σύμφωνα με τις οποίες:

- Οι μαθηματικές έννοιες αναδεικνύονται μέσα από κατάλληλες καταστάσεις – προβλήματα.
- Για την προσέγγιση μιας έννοιας είναι απαραίτητο να μελετηθεί το εννοιολογικό της πεδίο. Το σύνολο δηλαδή των καταστάσεων στο οποίο η έννοια λειτουργεί και ολοκληρώνει το νόημά της.

1.6 Η κοινωνικο- πολιτισμική θεωρία μάθησης

Ύστερα από μερικά χρόνια οι σύγχρονες, επιστημολογικές, ψυχολογικές και κοινωνιολογικές θεωρίες άρχισαν να μετακινούνται από θέσεις οι οποίες υιοθετούσαν πως η μάθηση είναι μια καθαρά ατομική διαδικασία προς θέσεις οι οποίες δήλωναν πως η μάθηση εμπεριέχει κοινωνικές και πολιτισμικές διαστάσεις (Cobb & Bowers, 1999 – Hoyles, 2001 – Kieran, Forman & Sfard, 2003). Η μάθηση πια θεωρούνταν

προϊόν συλλογικής δράσης και διαδικασία κοινωνικής και πολιτισμικής αλληλεπίδρασης.

Η κοινωνικο – πολιτισμική αυτή νέα θεωρία για τη μάθηση βασίζεται στις ιδέες του Ρώσου ψυχολόγου και παιδαγωγού Vygotsky, καθώς και στους μαθητές και συναδέλφους του Leont'ev και Luria. Κυρίαρχη είναι η αντίληψη ότι οι ανθρώπινες δραστηριότητες λαμβάνουν χώρα σε κοινωνικά πλαίσια και διαμεσολαβούνται από ένα σύνολο πολιτισμικών εργαλείων, όπως η γλώσσα και άλλα συμβολικά συστήματα (Wertsch, 1991). Σύμφωνα με τον Vygotsky η νοητική ανάπτυξη του παιδιού είναι μια διαδικασία συνδεδεμένη με το ιστορικό και πολιτισμικό πλαίσιο μέσα στο οποίο συντελείται. Το παιδί δεν είναι παθητικός δέκτης, αλλά με τις πράξεις του διαμορφώνει τη γνωστική του πραγματικότητα (Daniels, 2001).

Η νέα αυτή θεωρία επηρέασε τη μαθηματική εκπαίδευση, η οποία αναγνωρίζει πως το κοινωνικό και πολιτισμικό περιβάλλον μέσα στο οποίο οικοδομείται η γνώση αποτελεί σημαντικό παράγοντα επιρροής. Γι' αυτό ακριβώς το λόγο επικεντρώνει τη μελέτη της στο κοινωνικο-πολιτισμικό πλαίσιο μέσα στο οποίο αναπτύσσεται η μάθηση και ξεφεύγει από τη μελέτη του ατόμου (Van Oers, 1998 – Lerman, 2001 – Τζεκάκη, 2007 – Jaworski & Potari, 2009 – Κολέζα, 2000).

Συμπερασματικά, θα συνοψίσουμε παρακάτω τις βασικότερες αρχές που οδηγούν στην ουσιαστική μάθηση των μαθηματικών:

- ✓ **Το παιδί μαθαίνει μόνο όταν και ό,τι επιθυμεί να μάθει.** Η διδασκόμενη ύλη λοιπόν πρέπει να είναι οργανωμένη σύμφωνα με τα ενδιαφέροντα, τις ανάγκες, τις κλίσεις, τις ικανότητες, τους σκοπούς, και τις αξίες του μαθητή. Ο ρόλος του δασκάλου κατά συνέπεια, πρέπει να επικεντρωθεί στην παρακίνηση και την ενεργοποίηση του μαθητή αλλά και θα πρέπει να καταφέρει να στρέψει το ενδιαφέρον του στο μάθημα.
- ✓ **Το παιδί μαθαίνει όταν είναι πνευματικώς και φυσικώς ώριμο και ικανό να μάθει.** Η προσφερόμενη γνώση λοιπόν πρέπει να συμβαδίζει με τις φυσικές και πνευματικές ικανότητες του παιδιού.
- ✓ **Το παιδί μαθαίνει μέσα από εμπειρίες.** Η μάθηση είναι μια διαδικασία τροποποίησης της συμπεριφοράς του παιδιού. Η εκδηλούμενη συμπεριφορά

στηρίζεται στην προϋπάρχουσα γνώση του μαθητή. Ο δάσκαλος πρέπει να καταβάλλει όλη του την τέχνη ώστε να συνδέσει με ομαλό και εύστοχο τρόπο την παλιά γνώση με την καινούρια.

- ✓ **Το παιδί μαθαίνει όταν συμμετέχει ενεργά στη διαδικασία μάθησης** (learning by doing). Ο μαθητής θα πρέπει να απολαμβάνει ελευθερία δράσης, εργασίας, σκέψης και έκφρασης και να συμμετέχει στη διαδικασία της μάθησης ψυχολογικά, διανοητικά, φυσικά και κοινωνικά.
- ✓ **Το παιδί μαθαίνει μέσα σε κατάλληλη ατμόσφαιρα μάθησης.** Η ατμόσφαιρα της σχολικής τάξης μέσα στην οποία εντάσσεται το παιδί πρέπει να είναι ευχάριστη, άνετη, να του εξασφαλίζει ελευθερία και ευκαιρίες για επιτυχία. Κάθε μαθητής πρέπει να αισθάνεται ψυχική άνεση, πνευματική ελευθερία και διανοητική επάρκεια.
- ✓ **Το παιδί μαθαίνει συγκεκριμένα πράγματα κάθε φορά.** Η διανοητική συγκέντρωση και η προσοχή αποτελούν προϋποθέσεις για αποτελεσματική μάθηση. Οι προσφερόμενες γνώσεις πρέπει να είναι ξεκάθαρες και συγκεκριμένες και να μην αναμειγνύονται με άσχετες πληροφορίες που αλλοιώνουν την σημασία τους. Επίσης κάθε δραστηριότητα πρέπει να στοχεύει στην κατάκτηση μιας έννοιας κάθε φορά και να μην φανερώνει ένα πλήθος γνώσεων που θα μπερδέψουν το μαθητή. Για να κριθεί επιτυχημένη μία διδασκαλία πρέπει να ελαχιστοποιεί τον κίνδυνο της διάσπασης προσοχής του μαθητή από εσωτερικά ή εξωτερικά ερεθίσματα και να μεγιστοποιεί το ενδιαφέρον και την εστίαση της προσοχής του μαθητή προς το μαθησιακό αντικείμενο.
- ✓ **Κάθε παιδί μαθαίνει με το δικό του τρόπο.** Η μάθηση αποτελεί προσωπική υπόθεση κάθε μαθητή και ο δάσκαλος πρέπει να συμβάλλει στην ενθάρρυνση του μαθητή να την κτίσει με τον προσωπικό του τρόπο.
- ✓ **Κάθε παιδί έχει το δικό του ρυθμό μάθησης.** Κάθε μαθητής αναπτύσσει διαφορετική ταχύτητα και ρυθμό με τον οποίο μαθαίνει. Επίσης διαφορά παρατηρείται και στη διδασκαλία διαφορετικών αντικειμένων. Ένας μαθητής μπορεί να μάθει εύκολα αλλά να δυσκολεύεται να κατανοήσει μια άλλη. Μεγάλη προσοχή πρέπει να δοθεί στο γεγονός ότι όποιος μαθαίνει γρήγορα δεν έπεται ότι τα μαθαίνει και καλύτερα. Γι' αυτό ο δάσκαλος πρέπει να γνωρίζει τους ρυθμούς μάθησης κάθε μαθητή του για να εξατομικεύει

καλύτερα τη διδασκαλία του και να την προσαρμόζει στην ταχύτητα κάθε μαθητή του.

- ✓ «Επανάληψη μήτηρ πάσης μαθήσεως». Είναι επιβεβαιωμένο πειραματικά ότι **η επανάληψη βοηθά ουσιαστικά στη μάθηση**. Οι γνώσεις εδραιώνονται, μονιμοποιούνται και σταθεροποιούνται καλύτερα αν οι μαθητές τις συναντούν συχνά μπροστά τους και τις ανακαλούν, τις επαναλαμβάνουν στη μνήμη τους.

Τέλος, σε αυτό το σημείο ας επιχειρήσουμε μια αναφορά στα συμπεράσματα της Hoyles (2001), η οποία ερεύνησε την πορεία της μαθηματικής κοινότητας τα τελευταία 30 χρόνια. Στην ιστορική της αυτή αναδρομή παρατήρησε τεράστιες αλλαγές στον τρόπο που η μαθηματική κοινότητα ερευνά, εστιάζει και περιγράφει στοιχεία της μαθηματικής δραστηριότητας. Στην αρχή οι μαθηματικοί εστίαζαν στα μαθηματικά αντικείμενα, στον τρόπο που τα αντιλαμβάνονταν οι μαθητές και στις στρατηγικές που ακολουθούσαν για να λύσουν κάποιο πρόβλημα. Ύστερα οι μαθηματικοί ερευνητές ενδιαφέρονταν περισσότερο για τους τρόπους με τους οποίους οι μαθητές οικοδομούν τη γνώση. Η μαθηματική έρευνα κατέληξε στον συμπέρασμα πως η μαθηματική γνώση πρέπει να αναλύεται στο σύνολό της. Πρέπει να μελετάται στο κοινωνικό και πολιτισμικό της περιβάλλον και να προάγει συνεργατικές δραστηριότητες ανάμεσα στους μαθητές, υπό την εποπτεία και την υποβοήθηση του δασκάλου.

Κεφάλαιο 2^ο

Ο ρόλος της Τεχνολογίας

Η ιστορία των ψηφιακών εργαλείων

Η συμβολή των προ-τεχνολογικών μέσων που χρησιμοποιούν οι μαθητές επί σειρά ετών έχει αποδειχθεί θετική για τη διαδικασία μάθησης. Το πρώτο μαθησιακό μέσο είναι η γλώσσα και ακολουθεί η γραφή. Χωρίς την ύπαρξη της γλώσσας η επικοινωνία και η συνεργασία δεν θα μπορούσε να ολοκληρωθεί, με αποτέλεσμα η μάθηση να μην είναι δυνατόν να συντελεστεί. Πολύ σημαντική επίσης κρίνεται και η ύπαρξη του πίνακα, της κιμωλίας, του χαρτιού και του μολυβιού. Η αναπαράσταση και οπτικοποίηση των εννοιών βοηθούν αποτελεσματικά το μαθητή να επεξεργάζεται και να εμπεδώνει την ύλη. Επιπλέον ο γραπτός λόγος, αποτυπωμένος στο χαρτί μπορεί να διατηρηθεί, να αποθηκευτεί και να αναζητηθεί από το μαθητή σε περίπτωση που τον χρειαστεί ξανά. Η ανυπαρξία των απλών εργαλείων μάθησης αυτόματα θα οδηγούσαν σε ένα μαθησιακό περιβάλλον μέσα στο οποίο δεν θα μπορούσαν οι μαθητές να κατακτήσουν τη γνώση.

Στη διδασκαλία των Μαθηματικών είναι απαραίτητα και τα γεωμετρικά όργανα. Χωρίς αυτά η οπτική αναπαράσταση των γεωμετρικών σχημάτων θα εναποτίθεντο στη φαντασία του κάθε μαθητή και οι αποδεικτικές ασκήσεις δεν θα μπορούσαν να αντιμετωπιστούν με ρεαλιστικούς όρους. Επιπλέον τα γεωμετρικά σχήματα τροφοδοτούν τη δυνατότητα παρατήρησης και πειραματισμού των μαθητών. Οι μαθητές χρησιμοποιώντας τα γεωμετρικά όργανα μπορούν να κατασκευάσουν το σχήμα τους, να γράψουν βοηθητικά σχήματα, να τα σβήσουν, να πειραματιστούν με τις ιδέες τους, να οδηγηθούν στη λύση μέσω της δράσης και της συνεχούς τροποποίησης του αρχικού σχήματος.

Η ανάπτυξη της τεχνολογίας γίνεται με ραγδαίο ρυθμό. Ο άβακας είναι το πρώτο εργαλείο, υπήρχε πιθανόν από το 3000 π. Χ. στη Βαβυλωνία. Το 1901 ανακαλύφθηκε ένα αρχαίο Ελληνικό ναυάγιο ανοικτά των Αντικυθήρων όπου μέσα του βρέθηκε ο «μηχανισμός των Αντικυθήρων» που χρησιμοποιούνταν για την πρόβλεψη της κίνησης των αστερών και των πλανητών. Ο John Napier γύρω στο 1610 ανακάλυψε

της ράβδους που πήραν το όνομά του για να απλοποιήσει την πράξη του πολλαπλασιασμού. Το 1641 ο Blaise Pascal κατασκεύασε μια μηχανή πρόσθεσης. Ο Gottfried Wilhelm Leibniz έφτιαξε μια μηχανή που εκτελούσε την πράξη του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης. Το 1919 ο Γάλλος αξιωματικός Carissan σχεδίασε μια μηχανή που παραγοντοποιούσε ακεραίους και έλεγχε αν αυτοί είναι πρώτοι και την υλοποίησε. Μετά τη δεκαετία του '40 γεννιέται και ο ψηφιακός ηλεκτρονικός υπολογιστής.

2.1 Η εποχή των ηλεκτρονικών υπολογιστών

Ταυτόχρονα με την εμφάνιση των ψηφιακών ηλεκτρονικών υπολογιστών, οι επιστήμονες άρχισαν να σκέφτονται την αξιοποίηση τους στην εκπαιδευτική διαδικασία. Η αξιοποίηση των υπολογιστών στην εκπαίδευση έγινε όμως ουσιαστικά εφικτή στα μέσα της δεκαετίας του '70, με την εμφάνιση των μικροϋπολογιστών. Δεδομένου ότι οι ηλεκτρονικοί υπολογιστές αποτελούν εργαλεία που διαθέτουν τη δυνατότητα δημιουργίας εξωτερικών αναπαραστάσεων εννοιών σε μια ποικιλία από αναπαραστασιακά συστήματα θεωρήθηκε πιθανό να μπορούν να χρησιμεύσουν στο δάσκαλο των μαθηματικών ως νοητικά εργαλεία μέσω των οποίων μπορούν να επιτευχθούν καλύτερα αποτελέσματα στη διαδικασία της διδασκαλίας – μάθησης.

Τα προγράμματα που αναπτύχθηκαν στη δεκαετία 1970 – 1980 είναι προγράμματα **εξάσκησης και πρακτικής** (drill & practice). Ας μην ξεχνάμε ότι την περίοδο εκείνη κυριαρχούσε ακόμα η συμπεριφοριστική θεωρία μάθησης που υποστήριζε ότι η μάθηση συντελείται μέσω της εξάσκησης πάνω στη διδαχθείσα ύλη και μέσω της πρακτικής εφαρμογής των κανόνων που δίδασκε ο δάσκαλος.

Με βάση τη θεωρία του Skinner αναπτύχθηκαν κάποια είδη υπολογιστικών προγραμμάτων που προορίζονται για χρήση στην εκπαιδευτική διαδικασία. Τα προγράμματα αυτά χωρίζονται σε:

- **Computer Assisted Instruction (CAI).** Εκπαιδευτικά προγράμματα που διδάσκουν το μαθητή προσφέροντας μια καθοδήγηση με τη μορφή κάποιων ερωτήσεων – απαντήσεων. Ο υπολογιστής δηλαδή χρησιμοποιείται σαν

δάσκαλος που μεταφέρει τη γνώση στα παιδιά και προσπαθεί να τα διδάξει με κάποιες ερωτήσεις – απαντήσεις.

- **Computer Assisted Learning (CAL).** Τα προγράμματα αυτά είναι προγράμματα εκμάθησης. Χρησιμοποιούν τη μέθοδο των ερωταποκρίσεων, αλλά είναι πιο φιλικά προς το χρήστη. Τα CAL παρέχουν οδηγίες μα ταυτόχρονα προσπαθούν να διδάξουν το μαθητή δίνοντάς του τις πληροφορίες με πιο οργανωμένο τρόπο.
- **Intelligent Tutoring Systems (ITS).** Τα Έξυπνα Συστήματα διδασκαλίας είναι τα πιο σύγχρονα από τα τρία αυτά είδη. Σε αυτά ένα τμήμα του προγράμματος, το «μοντέλο του μαθητή» ελέγχει τις προσπάθειες του μαθητή και προσπαθεί να καθορίσει τι είναι αυτό που ο μαθητής καταλαβαίνει ή όχι και την πρόοδο που έχει σημειώσει.

Όπως προαναφέρθηκε τη δεκαετία του '70 και του '80 η εκπαιδευτική πρακτική με τη βοήθεια του ηλεκτρονικού υπολογιστή στηριζόταν στα drill & practice προγράμματα. Οι εκπαιδευτικοί παρουσίαζαν ηλεκτρονικά φύλλα με προβλήματα, κυρίως μαθηματικά, για να επιλυθούν από τους μαθητές. Οι μαθητές εισήγαγαν τις απαντήσεις τους και ανατροφοδοτούνταν πληροφορούμενοι την ορθότητα ή όχι των απαντήσεών τους. Συχνά εισέπρατταν και γραφικές ανταμοιβές (χαμογελαστά πρόσωπα, εκρήξεις κ.α.) ως ανταπόκριση στις σωστές απαντήσεις. Οι ασκήσεις που οργανώνονταν ήταν βασισμένες στις συμπεριφοριστικές αρχές για τη μάθηση σχετικά με την ενίσχυση της σχέσεις ερεθίσματος – αντίδρασης. Τα προγράμματα αυτά αντικατέστησαν ουσιαστικά τη μηχανιστική μάθηση, βοήθησαν τους μαθητές που χρειάζονταν εξάσκηση, δεν μπόρεσαν όμως να εξηγήσουν την πολύπλοκη σκέψη των μαθητών με αποτέλεσμα να μην χρησιμοποιούν την τεχνολογία των υπολογιστών με αποτελεσματικό τρόπο.

Η εξέλιξη των drill & practice προγραμμάτων οδήγησε στα **περιβάλλοντα καθοδήγησης (tutorials)**. Οι μαθητές καθοδηγούνται μέσω της αλληλεπίδρασης με το πρόγραμμα στην ύλη που πρέπει. Η γνώση που αποκομίζουν όμως παραμένει αδρανής μιας και δεν την εφαρμόζουν. Επιπλέον οι μαθητές δεν ενθαρρύνονται ούτε τους δίνεται η δυνατότητα να αναπτύξουν τα δικά τους νοήματα, να κρίνουν αυτό που

μαθαίνουν, να αξιολογήσουν αυτό που μελέτησαν, ενώ είναι αδύνατο να προβλεφθεί πώς ο κάθε μαθητής θα ερμηνεύσει τα δεδομένα του προβλήματος.

Τα **έξυπνα περιβάλλοντα καθοδήγησης (Intelligent Tutoring Systems)** επιδίωκαν να διδάξουν την επίλυση προβλημάτων και τη διαδικαστική γνώση σε μια ποικιλία πεδίων. Τα ειδικά μοντέλα που χρησιμοποιούν αυτά τα περιβάλλοντα περιγράφουν τις σκέψεις και τις στρατηγικές που θα χρησιμοποιούσε ένας ειδικός που προσπαθεί να λύσει ένα πρόβλημα. Ο τρόπος που λύνει ένας μαθητής το πρόβλημα συγκρίνεται με το μοντέλο του ειδικού. Σε περίπτωση που εντοπιστούν ασυμφωνίες το μοντέλο του μαθητή θεωρείται ελαττωματικό και του παρέχονται οι κατάλληλες διορθωτικές οδηγίες.

Τα **Αλληλεπιδραστικά Μαθησιακά Περιβάλλοντα (Interactive Learning Environments – ILE)** παρέχουν πολλαπλές μορφές αναπαράστασης των εννοιών μέσα από τις ενέργειες του μαθητή. Τα βασικά χαρακτηριστικά τους είναι το ανοιχτό περιβάλλον το οποίο αναπτύσσουν, που επιτρέπει στο μαθητή να κάνει ό,τι θελήσει. Υπάρχουν όμως και οι λεγόμενοι μικρόκοσμοι, περιβάλλοντα που ναι μεν επιτρέπουν στο χρήστη να δράσει προς την κατεύθυνση που θέλει αλλά διέπονται από συγκεκριμένους κανόνες που καλείται ο χρήστης να εφαρμόσει. Τα ILE περιβάλλοντα είναι κυρίως περιβάλλοντα σχεδιασμού και προγραμματισμού και επιτρέπουν την αναπαράσταση μιας έννοιας με πολλά συμβολικά μέσα (πχ γραφική παράσταση, πίνακα τιμών μιας συνάρτησης, τον τύπο της κλπ).

2.2 Οι Τεχνολογίες Πληροφορίας και Επικοινωνιών και η προστιθέμενη παιδαγωγική αξία από τη χρήση των εργαλείων τους.

Τα τεχνολογικά μέσα που αποτελούν εργαλεία με πρόσθετη παιδαγωγική αξία διακρίνονται σε δύο μεγάλες κατηγορίες: τα νοητικά εργαλεία και τα επικοινωνιακά μέσα (Κυνηγός & Δημαράκη 2002). Με τα νοητικά εργαλεία οι μαθητές κατασκευάζουν μοντέλα φαινομένων, σχέσεων και αναπαραστάσεων. Αξιοποιούν την ουδέτερη ανταπόκριση του εργαλείου για να πειραματιστούν, να διερευνήσουν, να

εκφράσουν και να διατυπώσουν ή να αναπαραστήσουν ιδέες και έννοιες. Τα εργαλεία αυτά προσομοιώνουν φαινόμενα, και καταστάσεις τέτοιες που επιτρέπουν στο μαθητή να δημιουργήσει, να επεκτείνει τα χαρακτηριστικά και τις λειτουργίες τους με δημιουργικό τρόπο.

Τα επικοινωνιακά μέσα συνδέονται με τη δυνατότητα του υπολογιστή να παίζει το ρόλο του παραθύρου σε πηγές πληροφοριών και τη δυνατότητα για γραπτή ή προφορική επικοινωνία σε συλλογικό επίπεδο. Τέτοιες εφαρμογές συνήθως επιτρέπουν την αναζήτηση, επισκόπηση και επεξεργασία των πληροφοριών. Ιδιαίτερη έμφαση δίνεται και στην από απόσταση επικοινωνία μεταξύ των χρηστών καθώς και το πώς είναι δυνατόν να διαχειριστεί αυτή.

Τα λογισμικά διαχωρίζονται επίσης σε αυτά που έχουν δημιουργηθεί για εκπαιδευτική χρήση και σε εκείνα που έχουν σχεδιαστεί για επαγγελματικούς ή ευρύτερα κοινωνικούς λόγους και έχουν χρησιμοποιηθεί στην εκπαίδευση με τρόπους που έχουν πρόσθετη παιδαγωγική αξία. Τα πιο γνωστά εργαλεία γενικής χρήσης που έχουν αξιοποιηθεί στην εκπαίδευση με δημιουργικό τρόπο είναι τα εργαλεία σχεδίασης και ζωγραφικής, τα εργαλεία επεξεργαστών κειμένων και λογιστικών φύλλων, των περιηγητών του διαδικτύου, των λογισμικών ηλεκτρονικού ταχυδρομείου και των δυναμικών ιστοχώρων (portals).

Ένας τρόπος για να ταξινομηθούν τα εργαλεία που αξιοποιούνται για διερευνητική μάθηση είναι με βάση τη σύνθεση του είδους της μαθησιακής δραστηριότητας με το είδος της τεχνολογίας που την υποστηρίζει και με κριτήριο την πρόσθετη αξία που μπορεί να προκύψει από τη αυτή τη δραστηριότητα. Κατά αυτό τον τρόπο διακρίνουμε επτά κατηγορίες δραστηριοτήτων:

- I. Γραπτή έκφραση. Η γραπτή έκφραση αποτελεί βασικό τρόπο επικοινωνίας μεταξύ των μελών μιας κοινωνίας. Η επιλεκτική εστίαση κατά τη διάρκεια της γραπτής έκφρασης είναι το ένα είδος της πρόσθετης αξίας της. Όταν ο μαθητής χρειάζεται να συγγράψει ένα κείμενο πρέπει να προσέξει τη νοηματική ευκρίνεια των προτάσεών του, τη δομή και τη λογική ροή του λόγου του, τη σωστή σύνταξη, την ορθογραφία, και τη μορφοποίηση του συγγράμματός του. Με την προ-ψηφιακή τεχνολογία (μολύβι – χαρτί)

χρειαζόταν να σκέφτεται όλα αυτά ταυτόχρονα με τη συγγραφή του κειμένου γιατί οποιοδήποτε λάθος και να γινόταν θα χρειαζόταν να σβηστεί και να ξαναγραφεί το κείμενο. Με τη χρήση του επεξεργαστή κειμένου, αντιθέτως, μπορεί να σχεδιάζει, να δοκιμάζει, να αλλάζει οποιοδήποτε μέρος του κειμένου που έχει γράψει οποιαδήποτε στιγμή χωρίς κανένα κόστος. Ο επεξεργαστής κειμένου δηλαδή «γράφει» μαζί με το μαθητή. Όλες αυτές οι δυνατότητες εφόσον καθοδηγηθούν διδακτικά μπορούν να αποτελέσουν εργαλείο αλλαγής της στάσης των μαθητών απέναντι στη γραπτή έκφραση και στην τέχνη του «εκφράζεσθαι» (Κουτσογιάννης 2002). Η γραπτή επικοινωνία εμφανίζεται και σε άτυπες πτυχές της καθημερινότητας των μαθητών, στη συγχρονισμένη γραπτή επικοινωνία (chat), στην ανταλλαγή γραπτών μηνυμάτων μέσω κινητών τηλεφώνων (sms), στα ψηφιακά παιχνίδια που υποστηρίζουν τέτοιες λειτουργίες. Για να αποκτήσει πρόσθετη παιδαγωγική αξία το φαινόμενο αυτό χρειάζεται διδακτική υποστήριξη. Η κατάλληλη επιμόρφωση των δασκάλων θα μπορέσει η τεχνολογία αυτή να αποτελέσει ένα πλούσιο περιβάλλον μάθησης για τα παιδιά. Το δεύτερο στοιχείο της πρόσθετης παιδαγωγικής αξίας είναι η δυνατότητα διασύνδεσης οποιουδήποτε μέρους του κειμένου με άλλες πηγές (links). Δημιουργούνται έτσι διασυνδέσεις με μορφή δέντρου που αποκαλύπτουν διαφορετικές δυνατότητες γραφής και απαιτούν ειδικές ικανότητες ανάγνωσης.

- II. Συμβολική έκφραση λογικο-μαθηματικών εννοιών. Χρησιμοποιώντας τις τεχνολογίες αυτές ο μαθητής μπορεί να εκφράζει έννοιες ή σκέψεις με λογικο-μαθηματικά σύμβολα. Τα σύμβολα αυτά δεν είναι σαν τα σύμβολα που μπορούν να γραφούν σε έναν επεξεργαστή κειμένου μιας και είναι το αποτέλεσμα της εκτέλεσης μιας εντολής. Η πρόσθετη μαθησιακή αξία έγκειται στο γεγονός ότι ο μαθητής εκφράζεται απευθείας με τα σύμβολα αυτά και βιώνει τη σημασία τους από την παρατήρηση του τρόπου με τον οποίο ανταποκρίνεται το μηχάνημα (Kotsanis & Kynigos 1993, Eisenberg 1995, DiSessa 2000). Ο σχεδιασμός των λογισμικών αυτών στοχεύει στο να έχει ο χρήστης την αίσθηση ότι ελέγχει πλήρως το μηχάνημα.
- III. Ελεύθερη έκφραση. Τα εργαλεία αυτά αφορούν τη ζωγραφική και την επεξεργασία εικόνων. Η αξία τους προκύπτει από το γεγονός ότι δίνεται στο μαθητή η δυνατότητα του «μαστορέματος» οποιουδήποτε δημιουργήματος και

του παρέχεται μεγάλη ποικιλία μικροεργαλείων που επιτρέπουν τους αυτοματισμούς (συγκεκριμένα σχήματα, χειρισμός μιας περιοχής ζωγραφιάς κ.α.).

- IV. Διαχείριση πληροφοριών. Έχουν αναπτυχθεί ειδικές βάσεις δεδομένων για μαθησιακούς σκοπούς και συγκεκριμένα για την εξοικείωση των μαθητών με βασικές έννοιες της διαχείρισης της πληροφορίας. Η πρόσθετη παιδαγωγική αξία τους εκπορεύεται από τις δραστηριότητες στις οποίες μπορεί να εμπλακεί δυναμικά ο μαθητής. Δηλαδή στην άμεση καταχώριση, οργάνωση και ταξινόμηση πληροφοριών, στην ποικιλόμορφη αναπαράσταση, τη δυνατότητα ανάλυσης και τις διαφορετικές δυνατότητες ως προς τον τρόπο παρουσίασης των πληροφοριών (Hancock 1995).
- V. Πειραματισμός με μοντέλα. Οι προσομοιωτές είναι τα εργαλεία που μας επιτρέπουν να αποκτούμε εμπειρίες με εικονικούς ιδεατούς κόσμους. Οι προσομοιωτές αυτοί είναι λεπτομερές στις αναπαραστάσεις των φαινομένων ή των καταστάσεων που προσομοιώνουν και δίνουν μεγάλη σημασία στην πιστότητα αντιστοίχισης με το φυσικό φαινόμενο ή την πραγματική κατάσταση. Με τις δραστηριότητες που χρησιμοποιούν τέτοια εργαλεία μπορούμε να καλλιεργήσουμε τον πειραματισμό και την επιστημονική δράση στα παιδιά. Οι μαθητές μπορούν να αποκτήσουν εμπειρία φαινομένων που είναι επικίνδυνα (π.χ. στη χημεία), έχουν μεγάλο κόστος (π.χ. χειρισμός πολύτιμων μετάλλων) ή είναι ανέφικτα (π.χ. βολή από τη γη στο διάστημα). Επίσης τα εργαλεία αυτά διαθέτουν όργανα μέτρησης των φαινομένων παράλληλα με την εξέλιξή τους, πράγμα ανέφικτο στο φυσικό πείραμα..
- VI. Επικοινωνία. Η ψηφιακή τεχνολογία επιτρέπει την ευρύτερη διάδοση και χρήση της επικοινωνίας. Η δυνατότητα δημιουργίας διαφορετικών συλλογικοτήτων και η καλλιέργεια της συνεργατικής μάθησης είναι οι πρόσθετες παιδαγωγικές αξίες που εισάγουν στην εκπαίδευση οι τεχνολογίες επικοινωνίας.
- VII. Έλεγχος μηχανών. Τα λογισμικά που επιτρέπουν τον έλεγχο κάποιας μηχανής ή αντικειμένου από τους μαθητές έχουν ιδιαίτερη σημασία για την προσχολική ηλικία και τις τεχνικές σχολές, όπως των ηλεκτρολόγων. Και στις δύο βαθμίδες της εκπαίδευσης η πρόσθετη παιδαγωγική αξία προκύπτει από

το γεγονός ότι οι μαθητές μπορούν να συσχετίσουν τον εικονικό και συμβολικό κόσμο με φυσικά αντικείμενα.

Οι επτά παραπάνω δραστηριότητες μπορούν να προσδώσουν πρόσθετη παιδαγωγική αξία στη μαθησιακή διαδικασία για όλα τα γνωστικά αντικείμενα. Συγκεκριμένα αν την αξία αυτήν την δούμε μέσα από το πρίσμα των μαθηματικών κάποιες δραστηριότητες υλοποιούν τους στόχους της διδακτικής των μαθητικών αποτελεσματικότερα από κάποιες άλλες. Η έκφραση λογικο-μαθηματικών εννοιών είναι προφανής. Και η γραπτή έκφραση μαθηματικών συλλογισμών ή αιτιολογήσεων είναι σημαντική και δύσκολη. Τα πειράματα με κατάλληλους προσομοιωτές αναπτύσσουν την ικανότητα παραγωγής υποθετικο-παραγωγικών συλλογισμών και επιτρέπουν στο μαθητή να εστιάσει την προσοχή του στη μαθηματική υπόσταση των αντικειμένων, ξεπερνώντας τη φυσική τους υπόσταση. Η επικοινωνία και η συνεργασία γύρω από μαθηματικές έννοιες καθώς και η επίλυση μαθηματικών προβλημάτων ενισχύονται από τα τεχνολογικά μέσα. Η διαχείριση δεδομένων θεωρείται αυτή καθαυτή μαθηματική δραστηριότητα και ο έλεγχος μηχανών αφορά άμεσα μαθηματικά πειράματα αν η λειτουργία ή ο προγραμματισμός της μηχανής ενέχει μαθηματικές έννοιες.

2.3 Εκπαιδευτικό λογισμικό

Τα σύγχρονα αναλυτικά προγράμματα όλων των βαθμίδων της εκπαίδευσης, προτείνουν την πληροφορική κυρίως ως γνωστικό αντικείμενο.

Εναλλακτικά, σύμφωνα με το Ολοκληρωμένο – Ενσωματωμένο (integrated) Πρότυπο, σύμφωνα με το οποίο τα θέματα του αφορούν τους υπολογιστές και τις Τεχνολογίες Πληροφορικής και Επικοινωνιών γενικότερα διδάσκονται μέσα από όλα τα αντικείμενα του σχολείου και δεν αποτελούν ξεχωριστό γνωστικό πεδίο. Η Έκθεση Simon (1980) προτείνει την κατάρτιση για όλους στην πληροφορική και θεωρεί ότι τα ψηφιακά εργαλεία δεν μπορούν να βοηθήσουν σαν ένα καθολικό παιδαγωγικό μέσο, παρουσιάζουν όμως παιδαγωγικό ενδιαφέρον σε συγκεκριμένες περιπτώσεις.

Η πληροφορική ως μέσο υποστήριξης της διδακτικής πράξης βρίσκεται ουσιαστικά σε ερευνητικό και πειραματικό επίπεδο στις περισσότερες χώρες. Αυτό οφείλεται στην καθυστερημένη εφαρμογή παιδαγωγικών θεωριών σε πληροφοριακά εκπαιδευτικά περιβάλλοντα, παρά τη ραγδαία τεχνολογική ανάπτυξη. Πολλά πακέτα λογισμικού έχουν αναπτυχθεί και καλούνται "εκπαιδευτικό λογισμικό", λίγα όμως είναι αυτά που ικανοποιούν τους στόχους της εκπαιδευτικής διαδικασίας και της διδακτικής πράξης.

Εκπαιδευτικό λογισμικό με την αυστηρή έννοια του όρου θεωρείται **το λογισμικό που εμπεριέχει διδακτικούς στόχους, ολοκληρωμένα σενάρια, αλληγορίες με παιδαγωγική σημασία και επιφέρει συγκεκριμένα διδακτικά και μαθησιακά αποτελέσματα**. Συνήθως ο όρος εκπαιδευτικό λογισμικό συμπεριλαμβάνει και πακέτα εφαρμογών επιμορφωτικού, εγκυκλοπαιδικού και ψυχαγωγικού τύπου.

Λογισμικά, τα οποία μπορούν να χρησιμοποιηθούν για εκπαιδευτικούς σκοπούς, μπορούν να χαρακτηρισθούν διάφοροι τύποι προγραμμάτων όπως:

- Γλώσσες προγραμματισμού,
- Προσομοιώσεις,
- Εκπαιδευτικά Παιχνίδια,
- Διαδίκτυο και εκπαιδευτικά συστήματα εικονικής πραγματικότητας,
- Πακέτα εξάσκησης και πρακτικής,
- Εκπαιδευτικές εφαρμογές πολυμέσων.

Ειδικότερα για την διδασκαλία των μαθηματικών υπάρχουν συγκεκριμένες κατηγορίες προγραμμάτων με ειδικά χαρακτηριστικά που αντιστοιχούν σε διαφορετικές ενότητες της μαθηματικής εκπαίδευσης. Τα χαρακτηριστικά κάθε κατηγορίας λογισμικού εξαρτώνται από τις παραμέτρους της θεματικής περιοχής που αυτή αφορά (π.χ. τα λογισμικά Δυναμικής Γεωμετρίας για τη Γεωμετρία). Στη συνέχεια θα διαχωρίσουμε τα εκπαιδευτικά λογισμικά σύμφωνα με τη μαθηματική περιοχή την διδασκαλία της οποίας υποστηρίζουν:

- **Άλγεβρα.** Κάποιες αλγεβρικές έννοιες αποτελούν δυσνόητο πεδίο για πολλούς μαθητές. Ο γενικευμένος αριθμός, η μεταβλητή, ο ρυθμός μεταβλητής, οι μαθηματικές συναρτησιακές σχέσεις είναι έννοιες που απαιτούν ανεπτυγμένη την αφαιρετική ικανότητα των μαθητών. Η δομή

των αλγεβρικών παραστάσεων και οι κανόνες μετασχηματισμών τους δεν κατανοούνται εύκολα από τους μαθητές. Ο τυπικός μαθηματικός συμβολισμός ως μέσο αναπαράστασης των εννοιών αυτών, ενώ από πλευράς εκφραστικής ισχύος έχει καθιερωθεί ως μια από τις βασικές αναπαραστασιακές υποδομές για την έκφραση εννοιών και την εκτέλεση υπολογισμών, για τους μαθητές εμφανίζεται ως αυθαίρετη και δημιουργεί παρανοήσεις (Dubinsky 2000, Janvier 1987). Οι παρανοήσεις που προκύπτουν από τη χρήση των γραμμάτων του αλφαβήτου για την αναπαράσταση της έννοιας της μεταβλητής αποτελούν χαρακτηριστικό παράδειγμα δυσνόητης χρήσης αναπαραστασιακής έκφρασης. Η άλγεβρα θεωρείται ως προέκταση της αριθμητικής με αποτέλεσμα οι μαθητές να δυσκολεύονται στην ανάπτυξη αφαιρετικών ικανοτήτων και στη χρήση νέου αναπαραστασιακού κώδικα, διαφορετικού από τη γνωστή τους αριθμητική. Δυσκολεύονται επίσης ακόμα και να συνειδητοποιήσουν τη χρησιμότητα των νέων αναπαραστασιακών εννοιών. Τα ψηφιακά εργαλεία για την εκμάθηση των μαθηματικών εννοιών δίνουν τη δυνατότητα αλλαγής του τρόπου χρήσης των εννοιών αυτών από τους μαθητές. Η άμεση ανταπόκριση της μηχανής και ο δυναμικός χαρακτήρας της τεχνολογίας δίνουν την ευκαιρία στους μαθητές να χρησιμοποιήσουν τον τυπικό μαθηματικό κώδικα για να «κάνουν» μαθηματικά με διερευνητικό τρόπο. Έτσι, ο κώδικας μπορεί να γίνει μια γλώσσα αναπαράστασης των εννοιών αυτών και να συνδεθεί δυναμικά με άλλες αναπαραστάσεις (γραφικές παραστάσεις ή πίνακες τιμών). Μπορεί επίσης να μέσο ελέγχου προσομοιώσεων που διέπονται από μαθηματικές έννοιες.

- **Γεωμετρία.** Η γεωμετρία ως επιμέρους μαθηματικός κλάδος διέπεται από σημαντικές δυνατότητες αλλά και προβλήματα. Η συμβολική αναπαράσταση γεωμετρικών εννοιών είναι δυνατόν να συνδυαστεί με τη σχηματική τους απεικόνιση. Τα γραφικά αντικείμενα μπορούν να μετασχηματισμού οποιαδήποτε στιγμή με αποτέλεσμα οι μαθητές να μπορούν να παρατηρούν τον δυναμικό μετασχηματισμό τους. Ο μαθητής λοιπόν μετουσιώνεται ο ίδιος σε ένα μαθηματικό επιστήμονα που

διατυπώνει εικασίες και υποθέσεις, πειραματίζεται με αυτές, συντάσσει τα δικά του θεωρήματα, τα αναθεωρεί και τα ανατροφοδοτεί κρίνοντάς τα αυστηρά. Τα εργαλεία που σχεδιάστηκαν για τη διδασκαλία της γεωμετρίας διακρίνονται σε προγραμματιστικά και σε εργαλεία δυναμικού χειρισμού γεωμετρικών αντικειμένων. Τα προγραμματιστικά εργαλεία με άξονα τη «Γεωμετρία της Χελώνας» στοχεύουν στη συνύπαρξη τριών αναπαραστάσεων για τη γεωμετρία: της συμβολικής, της σχηματικής και της σωματικής μεταφοράς. Τη συμβολική αναπαράσταση της γεωμετρίας αποτελεί η γλώσσα προγραμματισμού Logo, τη σχηματική αποτελεί η γραφική αναπαράσταση των εντολών που δίνονται σε συμβολική γλώσσα και τέλος η σωματική μεταφορά της Γεωμετρίας αφορά το να σκέφτεται ο μαθητής θέτοντας τον εαυτό του στη θέση και την κίνηση της χελώνας. Όσον αφορά τα εργαλεία δυναμικού χειρισμού γεωμετρικών αντικειμένων, κυρίως το **Cabri Geometrie** και το **The Geometer's SketchPad**, έφεραν την επανάσταση στο χειρισμό γεωμετρικών σχημάτων. Ο μαθητής κατασκευάζει γεωμετρικά σχήματα χρησιμοποιώντας ένα σύνολο από βασικές γεωμετρικές επιλογές (σημείο, ευθεία, κύκλος κ.α.). Τα σχήματα αυτά εμφανίζονται στην οθόνη και ο μαθητής μπορεί να τα μεταβάλλει χρησιμοποιώντας το ποντίκι και σέρνοντας οποιαδήποτε κορυφή ή τμήμα του χωρίς να αλλάξει όμως τις βασικές ιδιότητες με τις οποίες κατασκευάστηκε.

- **Στατιστική.** Χρησιμοποιώντας τα τεχνολογικά μέσα που διαθέτουμε μπορούμε να διαχειριστούμε μεγάλο πλήθος δεδομένων και να κάνουμε διαφορετικές καταχωρίσεις, ταξινομήσεις και παρουσιάσεις. Μπορούμε επίσης να αναλύσουμε τα δεδομένα που έχουμε συλλέξει από την έρευνά μας και να τα αναλύσουμε ποσοτικά ή να τα επεξεργαστούμε στατιστικά. Η έννοια της στατιστικής και των πιθανοτήτων είναι δυσνόητες για τους μαθητές αφού χρησιμοποιούνται για την επεξεργασία καταστάσεων αβεβαιότητας. Επιπλέον, με τη στατιστική μπορούμε να χειριστούμε μεγάλο αριθμό δεδομένων, πλήθος που οι μαθητές είναι δύσκολο να κατανοήσουν αφού δεν μπορούν τα απαριθμήσουν, δεν αποτελεί τμήμα της εμπειρίας τους. Για να

αναπαραστήσουμε τα δεδομένα αυτά έχουμε επινοήσει διάφορους τρόπους, όπως πίνακες, γραφικές παραστάσεις, ραβδογράμματα, διαγράμματα πίτας ή Venn.

- **Πιθανότητες.** Η ψηφιακή τεχνολογία μας δίνει τη δυνατότητα να αναπαραστήσουμε μοντέλα πιθανοτήτων τα οποία παράγουν μεγάλο αριθμό προσομοιωμένων πειραμάτων (π.χ. το ρίξιμο ζαριού, νομίσματος, σβούρας) και να μας δώσουν σε μαθηματική μορφή τα αποτελέσματα. Η γνησιότητα βέβαια των πειραμάτων αυτών αμφισβητείται επιστημονικά καθώς από πλευρά υπολογιστικής τεχνολογίας δεν μπορεί να είναι εντελώς τυχαία τα πειράματα λόγω της φύσης της ίδιας της τεχνολογίας. Παρόλα αυτά, με τη χρήση ειδικά σχεδιασμένων εφαρμογών και εργαλείων, όπως είναι η γλώσσα παράλληλου προγραμματισμού Net Logo και το εργαλείο με την επωνυμία «chance-maker» μπορούν οι μαθητές να μπουν στη θέση του δημιουργού τέτοιων προσομοιώσεων και κατ' επέκταση να εμπλακούν με τις έννοιες των πιθανοτήτων που χρειάζονται για να κατασκευάσουν τις ίδιες τους τις προσομοιώσεις.

Συνεχίζοντας, θα περιγράψουμε τα κύρια χαρακτηριστικά ορισμένων εκπαιδευτικών λογισμικών που χρησιμοποιούνται ευρέως στη διδασκαλία των Μαθηματικών από τους εκπαιδευτικούς.

GCompris. Το GCompris είναι μια σουίτα εκπαιδευτικού λογισμικού και αποτελείται από ένα μεγάλο πλήθος δραστηριοτήτων για παιδιά ηλικίας 2 έως 10 ετών. Μερικές από τις δραστηριότητες αν και έχουν παιγνιώδη χαρακτήρα, ωστόσο διατηρούν τον εκπαιδευτικό τους προσανατολισμό. Παρακάτω μπορείτε να δείτε μια κατηγοριοποίηση μερικών δραστηριοτήτων του GCompris:

- ✓ ανακάλυψη του υπολογιστή: πληκτρολόγιο, ποντίκι, ...
- ✓ άλγεβρα: πίνακας μνήμης, αρίθμηση, πίνακας διπλής καταχώρησης, είδωλα γεωμετρικών σχημάτων, ...
- ✓ επιστήμη: λειτουργία διώρυγας, ο κύκλος του νερού, υποβρύχιο, ηλεκτρικά κυκλώματα, ...
- ✓ γεωγραφία: τοποθέτησε τις χώρες στο χάρτη

- ✓ παιχνίδια: σκάκι, μνημονικές τεχνικές, σύνδεσε 4, oware, sudoku, ...
- ✓ ανάγνωση: εξάσκηση των αναγνωστικών δεξιοτήτων
- ✓ άλλα: εκμάθηση της ώρας, πάζλ με διάσημους πίνακες ζωγραφικής, διανυσματική σχεδίαση, ...

Αυτή τη στιγμή το GCompris προσφέρει περισσότερες από 100 δραστηριότητες, ενώ αρκετές βρίσκονται στο στάδιο της ανάπτυξης. Το GCompris είναι ελεύθερο λογισμικό, που σημαίνει ότι μπορείτε να το προσαρμόσετε στις δικές σας ανάγκες, να το βελτιώσετε και, το πιο σημαντικό, να το μοιραστείτε με όλα τα παιδιά του κόσμου.

Cabri Geometry. Το λογισμικό αυτό διαθέτει διαλογικό περιβάλλον για τη διδασκαλία και κατασκευή **γεωμετρικών εννοιών** μέσα από **πειραματισμό** και **διερεύνηση**. Ο δυναμικός τρόπος επεξεργασίας του σχήματος καθώς και η επεξεργασία των αριθμητικών αποτελεσμάτων μέσω αριθμητικού υπολογιστή (calculator), που υπάρχει ενσωματωμένος στο πρόγραμμα, επιτρέπει στον χρήστη να πειραματίζεται με απλό τρόπο και να **οικοδομεί την γνώση**. Χρησιμοποιείται για τη διδασκαλία της **Άλγεβρας**, της **Γεωμετρίας** και της **Τριγωνομετρίας**.

Το Cabri ανήκει στη κατηγορία του λογισμικού που προσφέρεται κυρίως για **διερευνητική μάθηση** και **πειραματισμό** σε ένα μεγάλο μέρος των **Μαθηματικών**, των τελευταίων τάξεων του Δημοτικού, καθώς και όλων των τάξεων του Γυμνασίου και του Λυκείου. Επιτρέπει στον χρήστη, με εργαλεία τα βασικά γεωμετρικά σχήματα της Ευκλείδειας Γεωμετρίας (σημείο, κύκλο, ευθύγραμμο τμήμα, ημιευθεία και ευθεία), τις στοιχειώδεις κατασκευές και τους βασικούς μετασχηματισμούς (μεταφορά, στροφή κτλ), να κατασκευάζει οποιοδήποτε γεωμετρικό σχήμα, και να το επεξεργάζεται μετρώντας τα βασικά μεγέθη του (μήκη πλευρών και της περιμέτρου του, το εμβαδόν του και μέτρα των γωνιών του). Ο δυναμικός τρόπος επεξεργασίας του σχήματος καθώς και επεξεργασία των αριθμητικών αποτελεσμάτων μέσω calculator που υπάρχει ενσωματωμένος στο πρόγραμμα, επιτρέπει στον χρήστη να πειραματίζεται με απλό τρόπο και να οικοδομεί την γνώση. Η χρήση συντεταγμένων και άλλων στοιχείων της Αναλυτικής Γεωμετρίας (εξισώσεις κτλ) διευρύνει ακόμα περισσότερο τις δυνατότητες επεξεργασίας των γεωμετρικών σχημάτων. Τέλος η δυνατότητα κατασκευής κινουμένων γραφικών (**animations**) κάνει το πρόγραμμα ένα ιδανικό εργαλείο για τη διδασκαλία γεωμετρικών εννοιών.

Το πρόγραμμα μπορεί να ενταχθεί στο κύριο διδακτικό έργο και την καθημερινή πραγματικότητα του σχολείου και ανταποκρίνεται τόσο στις ανάγκες των μαθητών, όσο και των εκπαιδευτικών. Συμπληρώνει τη μαθησιακή και διδακτική διαδικασία. Προκαλεί και διατηρεί το ενδιαφέρον των μαθητών. Ενισχύει τη διερευνητική και ενεργητική μάθηση. Αξιοποιεί την προσομοίωση φαινομένων. Προσφέρει την δυνατότητα για πολλαπλή αναπαράσταση της γνώσης. Είναι απλό και φιλικό στη χρήση του από εκπαιδευτικούς και μαθητές που δεν έχουν ιδιαίτερη ειδίκευση σε υπολογιστές. Τέλος, απευθύνεται κυρίως σε Μαθηματικούς και δευτερευόντως σε Φυσικούς.

Ένα ακόμη εκπαιδευτικό λογισμικό για τη διδασκαλία της Γεωμετρίας είναι και το **The Geometer's Sketchpad**. Ένα ανοικτό περιβάλλον διερευνητικής μάθησης που επιτρέπει την άμεση διαχείριση των μαθηματικών αντικειμένων και σχημάτων καθώς και την επεξεργασία τους από διαφορετικές οπτικές γωνίες. Η δυνατότητα της κίνησης και της παρακολούθησης των αλλαγών των στοιχείων και των μεγεθών του σχήματος διευκολύνει την εικασία και τον **πειραματισμό στα Μαθηματικά**.

Το Geometer's Sketchpad είναι ένα ισχυρό εργαλείο για τη διδασκαλία της **Γεωμετρίας**, της **Άλγεβρας** και της **Τριγωνομετρίας**. Ο σχεδιασμός και η κατασκευή του στηρίχθηκαν σε πολύχρονες έρευνες στην περιοχή της διδακτικής των μαθηματικών. Είναι ένα διεθνώς δοκιμασμένο εργαλείο μάθησης για το οποίο υπάρχει πλούσια βιβλιογραφία και τεκμηρίωση. Το The Geometer's Sketchpad είναι **ιδανικό για την οργάνωση δραστηριοτήτων διερευνητικής μάθησης** στο σχολικό εργαστήριο και στο σπίτι. Αξιοποιεί τις δυνατότητες των νέων τεχνολογιών λαμβάνοντας υπόψη τις νέες τάσεις για διερευνητική προσέγγιση στη σχεδίαση του λογισμικού (με πολλαπλές αναπαραστάσεις, άμεσο χειρισμό κ.τ.λ.). Με τις δυνατότητες που διαθέτει βοηθά στην κατανόηση με ολοκληρωμένο τρόπο εννοιών και διαδικασιών μέσα από την επίλυση προβλημάτων και τον πειραματισμό.

Το The Geometer's Sketchpad είναι ένα ανοικτό περιβάλλον διερευνητικής μάθησης. Οι δυνατότητές του είναι τόσο ευρείες που αν και αρχικά σχεδιασμένο για τις ανάγκες της γυμνασιακής εκπαίδευσης σήμερα συνιστάται από την Πέμπτη τάξη του

Δημοτικού μέχρι τις τελευταίες τάξεις του Λυκείου. Οι δυνατότητες αυτές το μετέτρεψαν σε ένα εκπαιδευτικό εργαλείο με απεριόριστο αριθμό εφαρμογών. Αν και σχεδιάστηκε αρχικά για Γεωμετρία, σήμερα οι μαθητές μπορούν να το χρησιμοποιήσουν για να εξερευνήσουν την Άλγεβρα, την Τριγωνομετρία, την **Τέχνη**, την **Επιστήμη** και πολλά άλλα.

Τί μπορείτε να κάνετε με το Sketchpad:

- 1) Να κατασκευάσετε και να μετρήσετε με ακρίβεια **γεωμετρικά σχήματα**. Να δημιουργήσετε **γραφικές παραστάσεις** συναρτήσεων και **μαθηματικά μοντέλα**.
- 2) Να κατανοήσετε μαθηματικές σχέσεις. Να δείτε μια κατασκευή να κινείται.
- 3) Να χρησιμοποιήσετε **λειτουργίες κειμένου** για να γράψετε σημειώσεις και να προετοιμάσετε μαθηματικές παρουσιάσεις.
- 4) Έχοντας το Sketchpad μπορείτε να **διερευνήσετε τις μαθηματικές έννοιες** σε όποιο βάθος θέλετε.

Function Probe. Ένα άλλο πολυεποπτικό εργαλείο για τη σύγχρονη **Άλγεβρα**, την **Τριγωνομετρία** και την **Ανάλυση**, που επιτρέπει τη διερεύνηση των συναρτήσεων και τη **μαθηματική μοντελοποίηση**.

Το Function Probe απευθύνεται σε μαθητές του Γυμνασίου και του Λυκείου και χρησιμοποιείται στην μελέτη και διερεύνηση συναρτησιακών σχέσεων. Είναι ένα ευέλικτο και δυναμικό εργαλείο σχεδιασμένο ώστε να μαθαίνεται και να χρησιμοποιείται εύκολα ακόμη και από έναν αρχάριο χρήστη υπολογιστή. Είναι ένα κατάλληλο εργαλείο που βοηθά τους μαθητές στην προσπάθειά τους να λύσουν προβλήματα που εμπεριέχουν συναρτησιακές σχέσεις. Είναι σχεδιασμένο ώστε να είναι συμβατό με δράσεις και αναπαραστάσεις που χρησιμοποιούν οι μαθητές σε μια ποικιλία καταστάσεων προβληματισμού τις οποίες αντιμετωπίζουν στο μάθημα των Μαθηματικών της Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης.

Το Function Probe χρησιμοποιείται μεταξύ άλλων στην σχεδίαση γραφικών παραστάσεων, στην επεξεργασία και ανάλυση δεδομένων, στην δυναμική περιγραφή διαδικασιών όπως μετασχηματισμών και γραμμικών παλινδρομήσεων και στην περιγραφή διαδικασιών που αναπαριστούν μαθηματικές αρχές.

Έτσι, το πρόγραμμα σχεδιάστηκε ώστε να:

- α) Προκαλεί τη **διερεύνηση των μαθηματικών εννοιών** με τρόπους αναγνωρίσιμους από τους μαθητές
- β) Επιτρέπει στους μαθητές να ενεργούν με τρόπους που αυτοί επιλέγουν
- γ) Βοηθά τους μαθητές να βελτιώνονται προοδευτικά (σύμφωνα με τις δυνατότητές τους) στοχεύοντας στην κατανόηση μιας χρήσιμης μαθηματικής έννοιας.

Το **MicroWorlds Pro** είναι ένα περιβάλλον βασισμένο στη γλώσσα **Logo**, που καλλιεργεί σύνθετες δεξιότητες και επιτρέπει τη **διερεύνηση- επανάληψη- αξιολόγηση**.

Το **MicroWorlds Pro** είναι ένα **περιβάλλον γενικής χρήσης** που καλλιεργεί **σύνθετες δεξιότητες και μαθησιακές τάσεις** και **επιτρέπει τη διερεύνηση, επανάληψη και αξιολόγηση δύσκολων εννοιών**. Η γλώσσα προγραμματισμού στην οποία βασίζεται το MicroWorlds Pro είναι η **Logo, μια γλώσσα υψηλού επιπέδου που σχεδιάστηκε εξ αρχής για την εκπαίδευση**. Τα χαρακτηριστικά που τη διακρίνουν και την καταξιώνουν ως γλώσσα με παιδαγωγικές προδιαγραφές είναι:

- α) Προσφέρεται για την αντιμετώπιση ελκυστικών και πλούσιων σε παιδαγωγική αξία εφαρμογών σε ποικίλα γνωστικά πεδία
- β) Μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε πολλά επίπεδα προγραμματισμού, από τις πλέον εξειδικευμένες τεχνικές μέχρι τον πειραματισμό, με άμεσες απλές οδηγίες που δεν απαιτούν κανενός είδους προπαιδεία στον προγραμματισμό.
- γ) Η εμπάθυνση στον προγραμματισμό με τη Logo αναπτύσσει ένα στέρεο υπόβαθρο πληροφορικής παιδείας σε ευρύ φάσμα εννοιών και τεχνικών (ανάπτυξη και δόμηση προγράμματος, οργανωμένη διαχείριση τοπικών μεταβλητών, δομές δεδομένων- λίστες, αναδρομή, παράλληλη επεξεργασία κ.ά.)
- δ) Από τη δομή της είναι επεκτάσιμη. Με απλές έννοιες-διαδικασίες μπορεί κανείς να δομήσει άλλες πιο σύνθετες με τρόπο επαγωγικό, έτσι όπως δομείται η ανθρώπινη νόηση. Το χαρακτηριστικό αυτό την καθιστά ένα δυνατό εργαλείο έκφρασης ιδεών που ευνοεί την κατασκευή της γνώσης.

ε) Διαθέτει ένα δυναμικό γραφικό περιβάλλον για την μελέτη αναδρομικών μαθηματικών μοντέλων (φράκταλ κ.α.) και την προσομοίωση φαινομένων. Η γεωμετρία της χελώνας αποτελεί βιωματικό εργαλείο διερεύνησης και προσέγγισης εννοιών ακόμη και σε πρώιμες ηλικίες.

στ) Η σπονδυλωτή δομή των προγραμμάτων της επιτρέπει τη συνεργασία ανάμεσα σε ομάδες μαθητών και τον καταμερισμό εργασίας για την εκπόνηση συνδυασμένων εργασιών.

Το περιβάλλον του MicroWorlds Pro είναι μια από τις πιο αξιόλογες εφαρμογές που βασίζονται στη γλώσσα Logo. Είναι ένα πλούσιο πολυμεσικό περιβάλλον με ειδικά μελετημένο σχεδιασμό, που ευνοεί με πολλούς τρόπους την ανάπτυξη συνθετικών εργασιών στο πλαίσιο πολλών μαθημάτων (Μαθηματικά, Φυσική, Βιολογία, κ.ά.):

α) Διαθέτει δυνατότητες δημιουργίας και αναπαραγωγής πολυμεσικών σεναρίων καθώς και κινούμενων σχεδίων

β) Είναι προγραμματιστικό και συνεπώς δεν περιορίζεται σε ορισμένα μόνο είδη εφαρμογών

γ) Το πλήθος των χελώνων με την απεριόριστη γκάμα «κουστουμιών» και τη δυναμική κίνηση προσφέρουν τη δυνατότητα και τις ευκολίες προσομοίωσης ποικίλων φαινομένων.

δ) Η διαχείριση προγραμματιζόμενων αντικειμένων και η κίνησή τους σε διάφορα επίπεδα διαστρωμάτωσης πάνω στην οθόνη καθιστούν την προσομοίωση πιο ρεαλιστική.

Το περιβάλλον του MicroWorlds Pro μπορεί να αξιοποιηθεί από διάφορες βαθμίδες της εκπαίδευσης, μια που η διαχείριση των προγραμματιζόμενων αντικειμένων είναι δυνατό να γίνει και με οπτικό τρόπο, με τα προβλεπόμενα εργαλεία τα οποία μπορεί κανείς να χειριστεί με το ποντίκι, αρκεί ο προγραμματισμός από το δάσκαλο να φτάνει σε τέτοιο επίπεδο ώστε να μπορεί να χρησιμοποιηθεί και από μικρούς μαθητές, όχι μόνο από μαθητές της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης.

Modellus. Το Modellus είναι ένα δυναμικό εργαλείο για διαλογική κατασκευή και διερεύνηση μαθηματικών μοντέλων, το οποίο δίνει τη δυνατότητα στους μαθητές να **κατασκευάζουν**, να **προσομοιώνουν** και να **αναλύουν μοντέλα** με διαλογικό τρόπο.

Το λογισμικό Modellus, το οποίο σχεδιάστηκε από μία ομάδα επιστημόνων με την καθοδήγηση του καθηγητή Vitor Duarte Teodoro από το Πανεπιστήμιο της Λισσαβόνας της Πορτογαλίας, είναι ένα ισχυρό εργαλείο, ιδιαίτερα χρήσιμο για τη διδασκαλία των θετικών επιστημών. Κυρίως μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την υποστήριξη των Μαθηματικών, της Φυσικής, της Χημείας, των Οικονομικών και δευτερευόντως της Βιολογίας. Ανήκει στην κατηγορία του ανοικτού τύπου περιβάλλοντος-εργαλείο για **μοντελοποίηση, πειραματισμό και προσομοίωση**, απαραίτητο για την ανάπτυξη **μαθηματικών μοντέλων** και την επεξεργασία τους μέσα από γραφικές παραστάσεις, πίνακες και κινούμενα γραφικά.

Στον πυρήνα του προγράμματος υπάρχει μια περιοχή εργασίας (παράθυρο) στην οποία ο μαθητής μπορεί να γράψει το μαθηματικό μοντέλο με μορφή εξισώσεων ή ορισμών μεγεθών. Στη συνέχεια, το σύστημα αναλαμβάνει να πραγματοποιήσει την αναπαράσταση της εξέλιξης του φαινομένου που υπακούει στο μαθηματικό μοντέλο.

Το Modellus αξιοποιεί πολλές προηγούμενες προσπάθειες που έγιναν στην κατεύθυνση της δημιουργίας ενός λογισμικού κατάλληλου για μοντελοποιήσεις σε ποικίλες γνωστικές περιοχές.

Το **Tabletop & Tabletop Jr**, το οποίο είναι **Διαθεματικό εργαλείο διαχείρισης βάσεων δεδομένων**. Εισάγει τους μαθητές στις βασικές έννοιες της **οργάνωσης και διαχείρισης** της πληροφορίας, στη **διερεύνηση και εφαρμογή** των αρχών της λογικής στην **επεξεργασία** δεδομένων και στην **ανάλυση δεδομένων**.

Το εκπαιδευτικό λογισμικό διερευνητικού χαρακτήρα **Tabletop Jr & Tabletop** αποτελεί εργαλείο για την **κατανόηση των εννοιών της συλλογής, καταχώρησης, επεξεργασίας και απεικόνισης δεδομένων**. Η συγκεκριμένη εκπαιδευτική εφαρμογή συμπληρώνει τη μαθησιακή και διδακτική διαδικασία και αποτελεί εργαλείο στα χέρια του καθηγητή που επιθυμεί να δημιουργήσει δραστηριότητες με σκοπό την ανάπτυξη ειδικών δεξιοτήτων ή τη διερεύνηση, επανάληψη - αξιολόγηση δύσκολων εννοιών. Η εφαρμογή συνοδεύεται από ένα πλήθος δραστηριοτήτων που καλύπτουν

μια ευρεία περιοχή διδακτικών αντικειμένων και μπορούν να αξιοποιηθούν εκπαιδευτικά στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση.

Το Tabletop παρέχει τη δυνατότητα κατασκευής βάσεων δεδομένων με τη μορφή πίνακα αποτελούμενου από γραμμές και στήλες. Ο χρήστης μπορεί να καταχωρήσει, να διαγράψει να προσθέσει ή να τροποποιήσει πληροφορίες με τη μορφή συμβολοσειράς, αριθμού, λογικού ή αλγοριθμικού τύπου σε βάσεις δεδομένων. Το Junior Tabletop επιτρέπει στους μαθητές να εξοικειώνονται με βάσεις δεδομένων και να εκτελούν τις παραπάνω λειτουργίες με μεγάλη ευκολία και μάλιστα υπό τη μορφή παιχνιδιού, αφού τα δεδομένα αναπαριστώνται με τη μορφή σκίτσων που απεικονίζουν ομοιώματα ανθρώπων.

Το χαρακτηριστικό όμως του Tabletop που το καθιστά ιδιαίτερα λειτουργικό και αποτελεσματικό για τη μάθηση είναι η δυνατότητα που δίνει στο χρήστη να αναπαριστά τα δεδομένα κάθε βάσης δεδομένων που έχει κατασκευάσει και με τη μορφή επιφάνειας τραπεζιού. Έτσι ο χρήστης μπορεί να συσχετίζει την αναπαράσταση κάποιων δεδομένων με τη μορφή πίνακα με την αντίστοιχη αναπαράστασή τους με τη μορφή επιφάνειας τραπεζιού, εξασκώντας έτσι διαφορετικά είδη συμβολικής σκέψης. Επίσης **ο μαθητής έχει τη δυνατότητα να παρεμβαίνει απευθείας στις συμβολικές αναπαραστάσεις των δεδομένων**, γεγονός που διευκολύνει την κατανόησή τους εκ μέρους των μαθητών.

Είναι παράλληλα εφικτή η οργάνωση των πληροφοριών που περιέχονται σε μία βάση με τη μορφή συνόλου, καθώς και ο αυτόματος υπολογισμός της τομής και της ένωσης δύο ή περισσότερων συνόλων, καθώς και η **εκτέλεση πράξεων σε γλώσσα Boole με βάση την προτασιακή λογική.** Εκτός από την αναπαράσταση και την ανάλυση των δεδομένων με τη μορφή συνόλων είναι δυνατή και η **αντίστοιχη αναπαράσταση και ανάλυσή τους με τη μορφή ραβδογράμματος, μονοδιάστατου και δισδιάστατου.**

2.4 Η διδακτική αξιοποίηση των δυνατοτήτων των λογιστικών φύλλων Excel στη διδασκαλία των Μαθηματικών

Τα λογιστικά φύλλα, όπως το Excel, βρίσκουν πολλές χρήσεις στη διδασκαλία των Μαθηματικών. Συγκεκριμένα χρησιμοποιούνται στη μοντελοποίηση μαθηματικών σχέσεων, στην αναζήτηση μαθηματικών σχέσεων μεταξύ αριθμητικών δεδομένων, στην επεξεργασία στατιστικών δεδομένων ή στον υπολογισμό αποτελεσμάτων εκτελώντας μαθηματικές πράξεις που συνδέουν αριθμητικά δεδομένα.

Η διδασκαλία που βασίζεται στη χρήση υπολογιστικών φύλλων θεωρείται εύστοχη για τη διδασκαλία μαθηματικών εννοιών μιας και είναι δυνατόν να συνδυάσει πολλά είδη αναπαραστάσεων μιας μαθηματικής έννοιας. Επιτρέπει δηλαδή στο μαθητή να συνδυάσει την αριθμητική, εικονική, γραφική αναπαράσταση και στατιστική μελέτη των αριθμητικών δεδομένων που του δίνονται.

Συμπερασματικά θα μπορούσαμε να ισχυριστούμε ότι η ψηφιακή τεχνολογία μπορεί να διαθέσει πολύ-αναπαραστασιακά εργαλεία με τα οποία ο μαθητής μπορεί να αποκτήσει εμπειρίες έκφρασης εννοιών, διαχείρισης πληροφοριών, δράσης μέσα σε συλλογικότητες, εξάσκησης στην κρίση και τη δημιουργική αμφισβήτηση. Κάθε μια από αυτές τις «δράσεις» του μαθητή απαιτεί και την αντίστοιχη δραστηριότητα που θα την αναδείξει. Είναι απαραίτητο λοιπόν η οργάνωση της διδασκαλίας να εμπεριέχει και τις ανάλογες δραστηριότητες που θα θέσουν το μαθητή σε κίνηση, σε διαδικασία να ανακαλύψει μόνος του τη γνώση, να την οικοδομήσει σύμφωνα με τις προσωπικές του αξίες και εμπειρίες και να την εντάξει στο δικό του προσωπικό περιβάλλον.

Κεφάλαιο 3^ο

Το εκπαιδευτικό σενάριο και η εκπαιδευτική δραστηριότητα

3.1 Εκπαιδευτικό Σενάριο

Παρατηρούμε ότι υπάρχουν πολλά είδη εκπαιδευτικών δραστηριοτήτων, όλα όμως στοχεύουν στην ενεργό δράση του μαθητή κατά τη διάρκεια του μαθήματος. Για να είναι αποδοτικότερες ως προς τους μαθησιακούς στόχους που θέτουν οι δραστηριότητες πρέπει να είναι άριστα οργανωμένες και ενσωματωμένες στη διδασκαλία με κατάλληλο τρόπο. Ο όρος που χρησιμοποιήθηκε αρχικά για να περιγράψει το σχεδιασμό της διδασκαλίας από τον εκπαιδευτικό ήταν το «σχέδιο μαθήματος». Ακολούθησε ο όρος «σχέδιο δραστηριότητας» και σήμερα χρησιμοποιούμε τον όρο «εκπαιδευτικό σενάριο» για να περιγράψουμε την πορεία μιας διδασκαλίας. Με το εκπαιδευτικό σενάριο δίνεται έμφαση όχι μόνο στους διδακτικούς στόχους και την προαπαιτούμενη γνώση αλλά σε όλες τις πτυχές του μαθησιακού περιβάλλοντος. Το εκπαιδευτικό σενάριο καθορίζει τις δραστηριότητες των μαθητών, το πώς οι μαθητές ομαδοποιούνται, το ρόλο του εκπαιδευτικού κατά τη διάρκεια του μαθήματος, την ταξινόμηση του μαθησιακού χώρου, τη διάθεση τεχνολογικών εργαλείων κ.α. που παλαιότερα δεν λαμβάνονταν υπόψη από το δάσκαλο κατά το σχεδιασμό της διδασκαλίας του.

Πιο συγκεκριμένα, ως **Εκπαιδευτικό Σενάριο** θα χαρακτηρίζαμε την περιγραφή ενός μαθησιακού πλαισίου με εστιασμένο γνωστικό αντικείμενο και συγκεκριμένους εκπαιδευτικούς στόχους, παιδαγωγικές αρχές και σχολικές πρακτικές.

3.1.1 Αναγκαιότητα ύπαρξης εκπαιδευτικού σεναρίου

Ο σχεδιασμός της διδασκαλίας κρίνεται επιτακτικός ώστε να μην υπάρξει άσκοπη σπατάλη του διδακτικού χρόνου. Ο χρόνος άλλωστε είναι πολύτιμος μιας και δεν

είναι ανάλογος της ύλης που καλείται ο δάσκαλος να διδάξει. Αντιθέτως, στην Ελλάδα είναι δυσανάλογα μικρότερος. Κατά τη διάρκεια των δεκαετιών 1930 – 1980 συντάχθηκαν δεκάδες προτάσεις για μοντέλα διδακτικού σχεδιασμού (μοντέλα επεξεργασίας πληροφοριών, ανάπτυξης κοινωνικών δεξιοτήτων κ.α.). Ο «παραδοσιακός» διδακτικός σχεδιασμός συντάσσεται με βάση το μοντέλο σκοποί – ενέργειες – αποτελέσματα. Πρώτα τίθενται καθαρά οι στόχοι της διδασκαλίας, ύστερα αναζητούνται τα κατάλληλα εποπτικά μέσα που είναι απαραίτητα για την ολοκλήρωση της δραστηριότητας, ακολουθεί η αναζήτηση μεθόδων εξυπηρέτησης των στόχων, εφαρμόζεται η μέθοδος που επιλέγεται και τέλος αξιολογείται. Τα μοντέλα αυτά επικρατούν για αρκετές δεκαετίες στη σχολική πραγματικότητα και εφαρμόζονται ακόμα και σήμερα στα σχολεία.

Τα τελευταία χρόνια η λειτουργικότητα του παραδοσιακού αυτού σχεδιασμού έχει αμφισβητηθεί ιδιαίτερα. Μολονότι κρίνεται απαραίτητη η ύπαρξη σχεδίου από μέρους του εκπαιδευτικού κάποιοι ερευνητές (Μαρμαρινός 1992, Goldenberg 1999) απορρίπτουν τον αυστηρό προκαθορισμό των στόχων διδασκαλίας και την απόλυτη ταύτισή τους με στάδια εφαρμογής και αξιολόγησης. Συγκεκριμένα, ο Weick (1979) επιχειρηματολογεί πάνω στο αντίστροφο σχήμα «ενέργειες – αποτέλεσμα – σκοποί» υποστηρίζοντας ότι είναι καλύτερο οι δάσκαλοι να αρχίζουν με δραστηριότητες που δίνουν αποδεδειγμένα συγκεκριμένα αποτελέσματα και στη συνέχεια αυτά να δίδονται σε σκοπούς που διατυπώνονται εκ των υστέρων και όχι στην αρχή της διδασκαλίας.

Τα σχέδια δραστηριότητας που συνήθως σχεδιάζονται για να αξιοποιήσουν και τις νέες τεχνολογίες στη διδασκαλία είναι επί το πλείστον δασκαλοκεντρικά κι όχι μαθητοκεντρικά. Αναλύουν τις πράξεις ή τα βήματα που πρέπει να ακολουθεί ο δάσκαλος μη λαμβάνοντας υπόψη τις πράξεις των μαθητών ή των ομάδων τους (Δημητρακοπούλου 1998). Ο εκπαιδευτικός σχεδιασμός συμπεριλαμβάνει πέντε στάδια: ανάλυση, σχεδιασμός, παραγωγή, εφαρμογή, αξιολόγηση της διδακτικής πορείας (Bagdonis & Salisbury 1994). Μια άλλη προσέγγιση για το σχέδιο δραστηριότητας, αυτή των Seels & Richey (1994) αναφέρει τα πέντε στάδια ως εξής: σχεδιασμός, ανάπτυξη, εφαρμογή, επανεκτίμηση και τελική αξιολόγηση.

Η εισαγωγή των Τεχνολογιών Πληροφορικής και Επικοινωνιών στην εκπαιδευτική διαδικασία προσφέρει τεράστιες δυνατότητες για το μαθητή και τον εκπαιδευτικό. Το πλήθος και η ποικιλία των διαφορετικών δραστηριοτήτων που μπορούν να αναπτυχθούν στην τάξη αυξάνονται σημαντικά αν το συγκρίνουμε με τις αντίστοιχες δραστηριότητες που αναπτύσσονταν στη μετωπική διδασκαλία. Αν η ενορχήστρωση της διδασκαλίας όμως δεν γίνει σωστά από το δάσκαλο τότε ελλοχεύει ο κίνδυνος οι δραστηριότητες να εκτελεστούν από τους μαθητές χωρίς να προάγεται η μάθηση. Αν δεν αξιοποιηθεί κατάλληλα η ελευθερία που παρέχουν οι εκπαιδευτικές δραστηριότητες με τη χρήση νέων τεχνολογιών είναι δυνατό να αντιμετωπιστούν από τους μαθητές ως ένα παιχνίδι που τους προσφέρει κάποιες στιγμές ψυχαγωγίας κι όχι ως ένα εργαλείο μάθησης.

Το εκπαιδευτικό σενάριο μπορεί να σχεδιαστεί και για δραστηριότητες που δεν χρησιμοποιούν νέες τεχνολογίες. Είναι όμως ο κατάλληλος τρόπος οργάνωσης δραστηριοτήτων που δεν πηγάζουν κατευθείαν από το δάσκαλο. Η χρήση των Τεχνολογιών Πληροφορικής και Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση προκαλεί μεγάλες αλλαγές στην δυναμική της σχολικής τάξης και τη ροή της δραστηριότητας. Δεν είναι κατορθωτό όλοι οι μαθητές να βρίσκονται στο ίδιο σημείο της δραστηριότητας ταυτόχρονα. Κάθε ομάδα κάθε στιγμή βρίσκεται σε διαφορετικό σημείο της δραστηριότητας με αποτέλεσμα ο δάσκαλος να μη χρειάζεται να εστιάζει την προσοχή του σε όλους τους μαθητές ταυτόχρονα. Μπορεί να παρεμβαίνει σε κάθε ομάδα ξεχωριστά ανάλογα με τις ανάγκες και τις απορίες της χωρίς να διακόπτει την εργασία των άλλων ομάδων. Μπορεί βέβαια να διακόπτει ώστε να δώσει κάποιες επιπλέον οδηγίες ή παραινέσεις αλλά κάθε ομάδα μαθητών εργάζεται μόνη της, αυτόνομα, μέσα σε ένα πλαίσιο που καθορίζει το σενάριο και κάθε στιγμή ο δάσκαλος μπορεί να παρακολουθεί την πρόοδό της και να είναι έτοιμος να παρέχει τη βοήθειά του.

Η χρήση νέων τεχνολογιών στην εκπαίδευση επιτρέπει στους δασκάλους την υλοποίηση πολλών διαφορετικών δραστηριοτήτων. Οι μαθητές μπορούν να χρησιμοποιήσουν άφθονα εποπτικά μέσα, εργαλεία και πηγές για να υλοποιήσουν τις δραστηριότητές τους. Το εκπαιδευτικό σενάριο συμβάλλει στον καλύτερο σχεδιασμό της διδασκαλίας μέσω νέων τεχνολογιών. Παρέχει στους δασκάλους επιπλέον

εναλλακτικές επιλογές ως προς τα μέσα που διαθέτουν, δεν τους περιορίζει όσον αφορά το σχεδιασμό της διδασκαλίας και τους βοηθά στο σχεδιασμό συνθετικών και διαθεματικών δραστηριοτήτων.

Είναι γεγονός ότι η διδασκαλία μιας έννοιας μπορεί να διαρκέσει περισσότερο από μια διδακτική ώρα. Ο σχεδιασμός ενός αναλυτικού εκπαιδευτικού σεναρίου βοηθά τον εκπαιδευτικό να διακόψει τη διδασκαλία με το πέρας της διδακτικής ώρας και να συνεχίσει με ακρίβεια στην επόμενη. Η λεπτομερής ανάπτυξη του σεναρίου θα τον βοηθήσει να στήσει το σκηνικό ξανά συνεχίζοντας την δραστηριότητα από εκεί που σταμάτησε, χωρίς να υπάρξει κάποια αλλαγή που θα μπερδέψει ή να αποσυντονίσει τους μαθητές του.

Τέλος, ο σχεδιασμών σεναρίων διδασκαλίας αποτελεί μέσο επικοινωνίας μεταξύ των εκπαιδευτικών. Τα σενάκια που αναπτύσσονται από εκπαιδευτικούς ή ερευνητές διακινούνται ελεύθερα και διανέμονται μέσα από άτυπες ή αναγνωρισμένες ηλεκτρονικές πύλες. Κάθε ανηρημένο σενάριο διδασκαλίας είναι στη διάθεση κάθε εκπαιδευτικού προς υλοποίηση και κριτική προσέγγιση. Μπορεί να χρησιμεύσει επίσης ως αντικείμενο συζήτησης, αναστοχασμού και βελτιστοποίησης μεταξύ των εκπαιδευτικών και των ερευνητών με στόχο πάντα την βέλτιστη συνεισφορά του στη γνωστική διαδικασία των παιδιών.

Για όλους τους λόγους που προαναφέρθηκαν είναι απαραίτητο ο δάσκαλος να σχεδιάζει τη διδασκαλία του με ένα εκπαιδευτικό σενάριο. Το σενάριο αυτό πρέπει να είναι ακριβές, περιγραφικό ως προς όλες τις πτυχές της διδασκαλίας και θα πρέπει να οργανώνει την αυτενέργεια των μαθητών ώστε να εξυπηρετεί τους σκοπούς της μάθησης. Είναι απαραίτητο επίσης το σενάριο να μεταδίδει στους μαθητές συγκεκριμένους σκοπούς για τη δραστηριότητά τους ώστε αυτή να αποκτά προσωπικό νόημα κι όχι διεκπεραιωτικό χαρακτήρα γι' αυτούς.

3.1.2 Στοιχεία Σεναρίου

Αντίθετα από τα σχέδια μαθήματος και τα αναλυτικά προγράμματα που έχουν τη μορφή λεπτομερούς οδηγίας (Φλουρής 1992), το εκπαιδευτικό σενάριο οργανώνει αποτελεσματικά τη διδασκαλία και προβλέπει τις επιλογές που έχει ο εκπαιδευτικός. Τα σενάρια δεν αποτελούν κείμενα με αυστηρά προκαθορισμένη δομή αλλά όργανα ανάλυσης της μεθόδου και οργάνωση της στρατηγικής της διδασκαλίας. Στο σενάριο αναπτύσσονται λεπτομερώς οι ρόλοι που θα παίξουν ο δάσκαλος, οι μαθητές, η συνεργασία μεταξύ των μαθητών, η ομαδοποίησή τους, η οργάνωση δραστηριοτήτων και η υλοποίησή τους. Ένα εκπαιδευτικό σενάριο επεξεργάζεται σε βάθος την οργάνωση της διδασκαλίας και γι' αυτό κατά την σύνταξή του θα πρέπει ο εκπαιδευτικός να λαμβάνει υπόψη του ότι η ενότητα την οποία διαπραγματεύεται το κάθε σενάριο μπορεί να αναπτυχθεί από πολλές πλευρές. Κάθε έννοια μπορεί να ειπωθεί από διαφορετικό παιδαγωγικό, διδακτικό και γνωστικό πρίσμα χρησιμοποιώντας συγκεκριμένη τεχνολογία και εφαρμόζοντας πολλά προτεινόμενα σενάρια. Επίσης σε κάθε γνωστική ενότητα εμπλέκονται διαφορετικές γνωστικές περιοχές και πλήθος παράγοντες και το σενάριο θα πρέπει να προάγει την αρμονική τους συνεργασία. Ανάγκη συνεργασίας όμως υπάρχει μεταξύ των παιδαγωγών και των τεχνικών ώστε τα εκπαιδευτικά σενάρια που θα δημιουργηθούν να είναι τεχνολογικά άρτια και παιδαγωγικά εφαρμόσιμα στην καθημερινή διδασκαλία. Τα εκπαιδευτικά σενάρια θα πρέπει να είναι πραγματοποιήσιμα στη σχολική πραγματικότητα και να συμβάλλουν στην κατανόηση της διδακτικής ενότητας από τους μαθητές. Τέλος κάθε σενάριο διδασκαλίας πρέπει να λαμβάνει υπόψη του την πρόοδο της επικοινωνίας μεταξύ των μαθητών, καθηγητών, ερευνητών που θα επέλθει ύστερα από την ολοκλήρωση των δραστηριοτήτων, την εκτέλεση των ασκήσεων ή των εργασιών και την εφαρμογή τους μέσα στην τάξη.

Συγκεκριμένα, ένα εκπαιδευτικό σενάριο πρέπει να συντάσσεται με προσοχή σε κάθε επιμέρους στάδιο ανάπτυξής του. Όλοι οι φορείς που συμμετέχουν πρέπει να εργάζονται αρμονικά και οι επιδιωκόμενοι στόχοι να είναι διατυπωμένοι με ακρίβεια και σαφήνεια από τους δασκάλους οι οποίοι οφείλουν να γνωρίζουν άριστα τους μαθητές τους και τις συνθήκες που επικρατούν στην τάξη που θα το εφαρμόσουν. Ο δάσκαλος οφείλει επίσης να γνωρίζει τις δυνατότητες που του παρέχει η οργάνωση

της διδασκαλίας υπό τη μορφή ενός εκπαιδευτικού σεναρίου, η δυνατότητα συνδυασμού με άλλα σενάρια, οι δημιουργικές παρεμβάσεις από μέρους του, η αυτενέργεια των μαθητών του ακόμα και η αξιολόγησή του. Ένα σενάριο διδασκαλίας προσδιορίζεται από:

1. **Μία σύντομη περιγραφή** του που αποτελείται από την ιδέα που καθορίζει το σενάριο, τα τεχνολογικά εργαλεία (λογισμικά) που προτείνονται να χρησιμοποιηθούν, τη χρήση συμπληρωματικού υλικού (μη τεχνολογικό εποπτικό υλικό), τις προσδοκώμενες παιδαγωγικές και μαθησιακές κατακτήσεις, τις μεθόδους διδακτικής και στρατηγικής εφαρμογής.
2. **Παιδαγωγικούς, κοινωνιολογικούς και πολιτισμικούς στόχους.** Εδώ αναπτύσσεται ο ρόλος του σεναρίου και των τεχνολογικών μέσων που αυτό χρησιμοποιεί για την ενίσχυση των ρόλων των φορέων της μαθητικής κοινότητας (μαθητές, καθηγητές, διεύθυνση), αναλύεται ο ρόλος της χρήσης των τεχνολογικών και μη εργαλείων που εφαρμόζονται στο σενάριο στη διαδικασία της μάθησης και τέλος γίνεται αναφορά στα καινοτόμα στοιχεία του σεναρίου και τα αποτελέσματα που αναμένεται να επιφέρει η χρήση του συγκεκριμένου σεναρίου.
3. **Την προσδοκώμενη διαδικασία μάθησης.** Σε κάθε σενάριο διδασκαλίας προσδιορίζεται το γνωστικό αντικείμενο που αυτό πραγματεύεται και δίδεται ο επιστημονικός ορισμός του. Επισημαίνονται οι μαθησιακές δυσκολίες που έχουν εντοπισθεί στους μαθητές ύστερα από έρευνες που έχουν πραγματοποιηθεί στη συγκεκριμένη γνωστική ενότητα και περιγράφονται αναλυτικά οι αναμενόμενες μαθησιακές διαδικασίες που υλοποιούνται με τη χρήση του σεναρίου καθώς και η τυχόν συμβολή τους στο να ξεπεραστούν οι δυσκολίες που προαναφέρθηκαν.
4. **Την ανάπτυξη της διδακτικής διαδικασίας.** Σε αυτό το σημείο αναπτύσσεται αναλυτικά η πρακτική που θα ακολουθήσει ο εκπαιδευτικός ώστε να επιτύχει τους στόχους που έχει θέσει, περιγράφονται οι μέθοδοι διδασκαλίας που θα εφαρμοστούν κατά την υλοποίηση του εκπαιδευτικού σεναρίου, παρουσιάζεται ο τρόπος εργασίας των μαθητών (σε ομάδες ή κατά μονάδες) και ο βαθμός αυτενέργειας και αυτονομίας που τους δίνει το σενάριο. Αιτιολογείται η αλλαγή του ρόλου του δασκάλου στη διδασκαλία (αν αυτή κρίνεται απαραίτητη), η ανάγκη συνεργασίας μεταξύ των

καθηγητών του ίδιου σχολείου, διαφορετικών σχολείων και μεταξύ των φορέων της εκπαιδευτικής κοινότητας και περιγράφονται αναλυτικά οι στόχοι της αξιολόγησης, εφόσον αυτή υλοποιηθεί στα πλαίσια του σεναρίου.

5. **Τις εκπαιδευτικές δραστηριότητες που υλοποιούνται στο σενάριο διδασκαλίας.** Για κάθε εκπαιδευτική δραστηριότητα αναφέρονται οι στόχοι που θέτει το αναλυτικό πρόγραμμα σπουδών για τη συγκεκριμένη έννοια που πραγματεύεται η δραστηριότητα, τα προαπαιτούμενα υλοποίησης, δηλαδή οι σχέσεις της με άλλες εκπαιδευτικές δραστηριότητες ή η επιμόρφωση για τη χρήση του λογισμικού που εφαρμόζεται στη δραστηριότητα, καθώς και τα μέτρα που πρέπει να ληφθούν από τη διεύθυνση για τις επιπτώσεις που θα επιφέρει η υλοποίηση της δραστηριότητας (αλλαγή αίθουσας διδασκαλίας, χρήση του εργαστηρίου Η/Υ). Ο χρόνος εφαρμογής (μία ή περισσότερες διδακτικές ώρες) της, η προετοιμασία του υλικού, της τάξης, ο χωρισμών των μαθητών σε ομάδες και τα εργαλεία ή το λογισμικό που απαιτείται είναι αναγκαίο να αναφέρονται στο σενάριο διδασκαλίας. Η εξέλιξη της δραστηριότητας χωρίζεται σε διαδοχικά βήματα, σε κάθε ένα από τα οποία περιγράφεται η αλληλεπίδραση των μαθητών με το λογισμικό και ο ρόλος του καθηγητή. Στο τέλος συντάσσονται τα φύλλα εργασίας των μαθητών και προτείνονται περιοχές του σεναρίου που χρειάζονται περισσότερη έρευνα ή προέκταση. Κάθε εκπαιδευτική δραστηριότητα όμως συντάσσεται λαμβάνοντας υπόψη του ο δάσκαλος τους χρονικούς περιορισμούς της διδακτικής ώρας, όλους τους παράγοντες που δύναται να επηρεάζουν τη μάθηση και γενικά τις συνθήκες διδασκαλίας σε μια τάξη.
6. **Την κριτική αναφορά κατά την εφαρμογή του.** Σύγκριση με διδακτικά σενάρια της ίδιας γνωστικής ενότητας, περιγραφή των αμετάβλητων σημείων, εκείνων των στοιχείων που τροποποιήθηκαν και εκείνων που επιδέχονται αλλαγή από τους διδάσκοντες ή τους διδασκόμενους. Ανάπτυξη των μειονεκτημάτων και πλεονεκτημάτων του σεναρίου ως προς τις προσδοκώμενες διδακτικές και μαθησιακές διαδικασίες και παράθεση στόχων ή διαδικασιών που δεν μπορούν να υλοποιηθούν μέσω αυτού του σεναρίου.

3.1.3 Δομή Σεναρίου

Ένα εκπαιδευτικό σενάριο θα πρέπει να περιλαμβάνει:

1. Τίτλο.
2. Ταυτότητα του σεναρίου.
 - **Συγγραφέας** (είς).
 - **Γνωστική περιοχή των μαθηματικών**: Διακρίνουμε ως τέτοιες περιοχές την Άλγεβρα, τη Γεωμετρία, τη Στατιστική και τις Πιθανότητες.
 - **Θέμα (τα)**. Περιγράφεται το θέμα ή τα θέματα που αφορούν τις μαθηματικές έννοιες τις οποίες η δραστηριότητα διαπραγματεύεται. Π.χ. μελέτη του εμβαδού παραβολικού χωρίου.
 - **Βασική ιδέα**. Περιγράφεται συνοπτικά η ιδέα πάνω στην οποία έχει στηριχτεί ο σχεδιασμός του σεναρίου.
3. Σκεπτικό της δραστηριότητας. Δηλαδή:
 - **Καινοτομίες**. Να περιγράφει τις καινοτομίες που εισάγονται με το σενάριο στη μάθηση ή τη διδασκαλία του θέματος.
 - **Προστιθέμενη αξία**. Θα πρέπει το σενάριο να αναδεικνύει συγκεκριμένες δράσεις οι οποίες δεν μπορούν να υλοποιηθούν με τα συμβατικά αναπαραστασιακά μέσα ενώ συγχρόνως επεκτείνουν τους γνωστικούς ορίζοντες του χρήστη.
 - **Γνωστικά – διδακτικά προβλήματα** που αφορούν τη μελέτη μιας συγκεκριμένης μαθηματικής έννοιας με αναφορές στην υπάρχουσα έρευνα σχετικά με την έννοια αυτή (π.χ. πορίσματα ερευνών από το χώρο της διδακτικής των μαθηματικών).
 - **Θεωρητικό πλαίσιο**. Περιγράφεται το θεωρητικό πλαίσιο στο οποίο βασίζεται το σενάριο.
4. Πλαίσιο εφαρμογής. Να περιγράφει σε ποιους απευθύνεται το σενάριο, ποιες προϋποθέσεις απαιτούνται για την εφαρμογή της, και ποιοι είναι οι διδακτικοί στόχοι στους οποίους στοχεύει.
 - **Σε ποιους απευθύνεται**. Περιγράφεται η ηλικία ή η τάξη των μαθητών στους οποίους απευθύνεται.

- **Χρόνος υλοποίησης.** Αναφέρεται πόσες διδακτικές ώρες απαιτούνται για την υλοποίηση του σεναρίου.
 - **Χώρος υλοποίησης.** Αναφέρεται αν οι μαθητές θα εργαστούν εξ' ολοκλήρου στην αίθουσα διδασκαλίας ή και σε άλλο χώρο (π.χ. εργαστήριο υπολογιστών).
 - **Προαπαιτούμενες γνώσεις των μαθητών.** Περιγράφεται το απαιτούμενο υπόβαθρο των μαθητών ώστε να μπορούν να διεξάγουν τις προτεινόμενες δράσεις του σεναρίου προκειμένου να συντελεστεί η διαδικασία μάθησης που προβλέπεται.
 - **Απαιτούμενα βοηθητικά υλικά και εργαλεία.** Περιγράφονται τα υλικά εργαλεία (π.χ. γεωμετρικά όργανα) και τα άλλα βοηθητικά μέσα (π.χ. φύλλα εργασίας, οδηγίες, ιστοσελίδες) που απαιτούνται για τη διεξαγωγή της δραστηριότητας.
 - **Κοινωνική ενορχήστρωση της τάξης.** Αναφέρεται αν οι μαθητές θα εργαστούν ή όχι σε ομάδες και ποιοι θα είναι οι ρόλοι μαθητών και διδάσκοντα.
 - **Στόχοι της δραστηριότητας.** Γίνεται αναφορά στην εξειδίκευση των διδακτικών στόχων, των κοινωνικο-πολιτισμικών στόχων και των στόχων που αφορούν τη χρήση των εργαλείων.
5. Ανάλυση της δραστηριότητας. Στην ενότητα αυτή περιγράφεται με λεπτομέρεια η διαδικασία εφαρμογής της δραστηριότητας μέσα από την παρουσίαση των φάσεων που περιλαμβάνει το σενάριο παράλληλα με την ανάλυση της αναμενόμενης διδακτικής και μαθησιακής πορείας. Εδώ μπορεί να δοθούν και ενδεικτικά φύλλα εργασίας που δίνονται ανά φάση (όχι απαραίτητα για όλες τις φάσεις) και να ακολουθήσει σχολιασμός. Θα αναφερθούν επίσης οι ενδεχόμενες απαντήσεις αλλά και δυσκολίες που αναμένεται να συναντήσουν οι μαθητές όπως και ο τρόπος που θα αντιμετωπιστούν από το διδάσκοντα. Θα ενσωματωθεί δηλαδή εδώ:
- **Η περιγραφή των επιμέρους δραστηριοτήτων.** Θα πρέπει να περιγράφονται οι επιμέρους δραστηριότητες, η σχέση κάθε δραστηριότητας με το θέμα του σεναρίου καθώς και ο χρόνος υλοποίησης αυτής.

- **Η ροή εφαρμογής των δραστηριοτήτων:** Περιγράφεται η ροή διεξαγωγής των δραστηριοτήτων καθώς και οι λόγοι για τους οποίους προτείνεται η συγκεκριμένη διάταξη ροής.
 - **Τα εργαλεία:** Περιγράφονται τα εργαλεία που προτείνεται να χρησιμοποιηθούν σε κάθε δραστηριότητα.
 - **Οι πηγές:** Περιγράφονται οι πόροι που προτείνεται χρησιμοποιηθούν κατά τη διεξαγωγή των δραστηριοτήτων.
 - **Αναφορά στο ρόλο και την κοινωνική ενορχήστρωση της τάξης:** Θα πρέπει να αποσαφηνίζει και να διακρίνει τον τρόπο με τον οποίο θα εμπλακούν και θα αλληλεπιδράσουν κατά την διάρκεια της δραστηριότητας δηλαδή οι μαθητές ο διδάσκων και τα τεχνολογικά εργαλεία.
6. Επέκταση της δραστηριότητας. Προτάσεις για την περαιτέρω επέκταση του σεναρίου.
7. Βιβλιογραφία. Εδώ θα αναφερθούν οι βιβλιογραφικές αναφορές που χρησιμοποιήθηκαν.

3.2 Η έννοια και η αξία της εκπαιδευτικής δραστηριότητας

3.2.1 Η έννοια της δραστηριότητας

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω μια από τις βασικές συνιστώσες ενός εκπαιδευτικού σεναρίου είναι η εκπαιδευτική δραστηριότητα της οποίας η ανάπτυξη εμπλέκει και πολλές από τις υπόλοιπες παραμέτρους όπως τα εργαλεία, τη παιδαγωγική θεωρία που υλοποιείται ή την οργάνωση της διδασκαλίας και της τάξης.

Η έννοια της Δραστηριότητας (Activity) αποτελεί το κυρίαρχο στοιχείο της κοινωνικο-πολιτισμικής προσέγγισης για τη μάθηση, σύμφωνα με τον Van Oers (2001). Παλαιότερα, ο Vygotsky και ο Leont'ev θεωρούσαν ότι στην ψυχολογική έρευνα είναι απαραίτητος ο προσδιορισμός μιας μονάδας ανάλυσης που θα ενσωμάτωνε τις σκέψεις και ενέργειες των ατόμων και τις πολιτισμικά συγκεκριμένες

δραστηριότητές τους που κατευθύνονται προς ένα στόχο (Leont'ev, 1998 – Κολέζα, 2000). Αυτή η μονάδα ανάλυσης είναι η Δραστηριότητα.

Ο Van Oers, το 2001, στον ορισμό της Δραστηριότητας αναφέρει ότι «Δραστηριότητα είναι οποιαδήποτε ανθρώπινη ενέργεια η οποία υποκινείται από κάποιο κίνητρο και οδηγείται σε ένα αντικειμενικό σκοπό, έχει τις ρίζες της στην πολιτισμική ιστορία και η πραγματοποίησή της εξαρτάται από ειδικές στοχευμένες δράσεις». Η Δραστηριότητα σύμφωνα με τον Daniels (2001), με αναφορές στους Davydov (1990), Leont'ev (1978), Engeström (1999) είναι κάθε ανθρώπινη ενέργεια η οποία καθοδηγείται από ένα κίνητρο, διαθέτει μια συλλογική και ταξινομημένη διαμόρφωση, έχει μια περίπλοκη διαμεσολαβητική δομή και συγχρόνως παρουσιάζει μια εξελικτική μορφή, δηλαδή χαρακτηρίζεται από συνεχείς αλλαγές και μεταμορφώσεις. Ταυτόχρονα η Δραστηριότητα επηρεάζεται από πολιτισμικούς και κοινωνικούς παράγοντες που είναι καθοριστικοί στην πραγμάτωση και την εξέλιξή της.

Αν εξετάσουμε τη λέξη δραστηριότητα από ερμηνευτικής άποψης θα ανακαλύψουμε ότι δηλώνει το σύνολο των ενεργειών σε ορισμένο πεδίο δράσης. Επιχειρώντας να δώσουμε έναν ορισμό για την έννοια της δραστηριότητας και συγκεκριμένα της εκπαιδευτικής δραστηριότητας θα λέγαμε ότι **Δραστηριότητα διδασκαλίας είναι η βραχύχρονη ανάληψη ευθύνης από το μαθητή, η οποία είναι οργανωμένη μέσα στα διάφορα στάδια του μαθήματος, με σκοπό την προαγωγή ενός στόχου του μαθήματος, θέτοντας όμως τον μαθητή σε ενέργεια.** Ο Van Oers ορίζει τη μαθηματική δραστηριότητα ως «τους τρόπους τους οποίους έχουν αναπτύξει οι άνθρωποι για να μπορέσουν να χειριστούν ποσοτικές και χωρικές σχέσεις στο πολιτισμικό και φυσικό τους περιβάλλον».

Όποιον ορισμό και να υιοθετήσουμε είναι γεγονός ότι η εκπαιδευτική δραστηριότητα καθοδηγείται και ανατίθεται από το δάσκαλο, ο οποίος επιδιώκει την εμπλοκή του μαθητή σε ένα μέρος διδακτέας ή διδαχθείσης ύλης. Άμεσος στόχος του δασκάλου είναι η δράση του μαθητή μέσω συγκεκριμένων αλληλοσυνδεόμενων ενεργειών. Κάθε δραστηριότητα εξυπηρετεί ένα συγκεκριμένο μαθησιακό στόχο που έχει θέσει ο δάσκαλος και αποτελεί γι' αυτό το λόγο συνήθως μόνο ένα κομμάτι του ημερήσιου

μαθήματος. Η δραστηριότητα με τη σειρά της μπορεί να αναλυθεί σε «κομμάτια», αποτελείται δηλαδή από ένα σύνολο «μαθησιακών καθηκόντων» που ολοκληρώνει ο μαθητής, αλλά προγραμματίζει, εφαρμόζει και αξιολογεί ο δάσκαλος. Ένα σύνολο δραστηριοτήτων σε ένα ή περισσότερα μαθήματα αποτελούν την τεχνική της διδασκαλίας. Η τεχνική της διδασκαλίας αφορά τις ενέργειες του δασκάλου σε σχέση μ' αυτές των μαθητών. Αντίθετα η δραστηριότητα αναφέρεται στο είδος της εμπλοκής του μαθητή στη διαδικασία της μάθησης και στη δράση του μαθητή.

Η ολοκλήρωση μιας εκπαιδευτικής δραστηριότητας ποικίλλει χρονικά. Εξαρτάται από την πολυπλοκότητα του μαθησιακού στόχου που εξυπηρετεί, από το βαθμό συγκέντρωσης και το επίπεδο των μαθητών, από τα εποπτικά μέσα που χρειάζονται για να ολοκληρωθεί καθώς και από το πόσο καλά οργανωμένη είναι αυτή από το διδάσκοντα. Μια δραστηριότητα συνήθως εκτελείται σε λιγότερο από το μισό διαθέσιμο χρόνο του μαθήματος. Είναι καλύτερο η οργάνωση μιας δραστηριότητας να αφορά ένα μικρό κομμάτι της ύλης και να ολοκληρώνεται σε σύντομο χρονικό διάστημα έτσι ώστε κάθε διδακτική ενότητα να περιέχει ικανό πλήθος και ποικιλία δραστηριοτήτων ώστε το μάθημα να μη γίνεται βαρετό και το ενδιαφέρον των μαθητών να παραμένει αμείωτο. Παρόλα αυτά μια εκπαιδευτική δραστηριότητα μπορεί να εφαρμοστεί και σε περισσότερες της μιας διδακτικής ώρας ή ακόμα και να ολοκληρωθεί στο σπίτι του μαθητή με τη μορφή φύλλου εργασίας για το σπίτι.

Η δραστηριότητα λοιπόν είναι μια έννοια κλειδί γύρω από την οποία διαρθρώνονται σχεδόν όλες οι σύγχρονες διδακτικές προσεγγίσεις στο μάθημα των μαθηματικών. Ως δραστηριότητα είναι δυνατό να ορίσουμε μια κατάσταση – πρόβλημα ή τη διαδικασία επίλυσης ενός προβλήματος (Κολέζα, 1987). Όποια ορολογία και αν υιοθετήσουμε είναι κοινά αποδεκτό ότι η λειτουργία μιας δραστηριότητας χρησιμεύει αφενός για την κατασκευή από τους ίδιους τους μαθητές της νέας γνώσης και αφετέρου για να δώσει την ευκαιρία ποικίλων εφαρμογών των γνώσεων που ήδη αποκτήθηκαν.

Σε αυτό το σημείο ας αναφερθούμε στον όρο Μαθηματική Δραστηριότητα. Ο Van Oers ορίζει τη μαθηματική δραστηριότητα ως **τους τρόπους τους οποίους έχουν αναπτύξει οι άνθρωποι για να μπορέσουν να χειριστούν ποσοτικές και χωρικές σχέσεις στο πολιτισμικό και φυσικό τους περιβάλλον.**

Η Boaler (2003) μελετά τη φύση της μαθηματικής δραστηριότητας στο σχολικό περιβάλλον και ανακαλύπτει πως **οι μαθηματικές δραστηριότητες καλλιεργούν τη δημιουργικότητα, την περιέργεια και τη συνεχή αναζήτηση. Συμβάλλουν επίσης στη δημιουργία δεσμών σε θέματα μέσα και έξω από τα μαθηματικά και προάγουν την ανάπτυξη συλλογισμών πέραν του επαγωγικού και παραγωγικού συλλογισμού.** Ο Kilpatrick (2001) θεωρεί ότι η μαθηματική επάρκεια αναπτύσσεται όχι μόνο από την εννοιολογική κατανόηση των μαθηματικών εννοιών και την ευχέρεια διαδικαστικών και μεθοδολογικών διεργασιών αλλά και την ικανότητα ανάπτυξης στρατηγικών μεθόδων επίλυσης προβλημάτων, την ανάπτυξη προσαρμοστικής ικανότητας συλλογισμών στις εκάστοτε ανάγκες που θα προκύψουν και την καλλιέργεια δημιουργικής προδιάθεσης απέναντι στα μαθηματικά. Τέλος, οι Mason και Spence (1999) θεωρούν ότι η μαθηματική γνώση δεν πρέπει να περιορίζεται μόνο στο τι, το πώς και το γιατί της διδασκαλίας αλλά θα πρέπει ο μαθητής να είναι σε θέση να ανασύρει τη γνώση που χρειάζεται τη δεδομένη στιγμή συνδυάζοντάς την κατάλληλα με την κατάσταση που έχει να αντιμετωπίσει.

Σύμφωνα με τις νεότερες προσεγγίσεις οι στόχοι της Μαθηματικής Εκπαίδευσης εκφράζονται πληρέστερα με όρους *δραστηριοτήτων* παρά με όρους παρατηρήσιμων συμπεριφορών, δηλαδή αφορούν την ίδια τη διαδικασία μάθησης και δεν αποτελούν απλά μετρήσιμο αποτέλεσμα. Εργασία πάνω σε μια μαθηματική δραστηριότητα σημαίνει κυρίως προσδιορίζω το πρόβλημα, εικάζω για το αποτέλεσμα, πειραματίζομαι με τη βοήθεια παραδειγμάτων, συνθέτω ένα συλλογισμό, διατυπώνω μια λύση, ελέγχω τα αποτελέσματα και αξιολογώ την ορθότητά τους σε συνάρτηση με το αρχικό πρόβλημα. Επιδιώκοντας τους γενικούς στόχους της Μαθηματικής Εκπαίδευσης μέσω επεξεργασίας κατάλληλων δραστηριοτήτων, οι μαθητές μαθαίνουν να ερευνούν, να αιτιολογούν κατ' αναλογία, να εκτιμούν την ισχύ πιθανών λύσεων, να επιχειρηματολογούν υπέρ της λύσης που προτείνουν και να εκφράζονται στη μαθηματική γλώσσα εκτιμώντας την ισχύ της ως εργαλείο επικοινωνίας.

Η προσέγγιση αυτή στηρίζεται στο ότι η γνώση δεν μπορεί και δεν πρέπει να επιβάλλεται δογματικά εκ των έξω (Κολέζα, 1997). Το καθετί πρέπει να υπόκειται σε

μια εσωτερική επεξεργασία από εκείνον που μαθαίνει. Οι μαθηματικές έννοιες πρέπει να ανακαλύπτονται μέσω κατάλληλων εμπειριών. Αυτό σημαίνει ότι ο μαθητής ξεκινώντας από την παρατήρηση και ανάλυση καταστάσεων που του είναι οικείες καθίσταται ικανός να αντιμετωπίζει τις μαθηματικές έννοιες και να τις χρησιμοποιεί σε μια ποικιλία καταστάσεων .

Όλα αυτά τα στοιχεία υπαγορεύουν στη Διδακτική των Μαθηματικών την κατεύθυνση της δραστηριοποίησης του μαθητή. Επιτάσσουν κάθε έννοια να εισάγεται με τη βοήθεια κατάλληλων δραστηριοτήτων, οικείων στο μαθητή προβλημάτων, με τη διερεύνηση καταστάσεων και τη διατύπωση εικασιών, ώστε διευρύνοντας, μετασχηματίζοντας ή αναδομώντας την προϋπάρχουσα γνώση να οδηγηθούν προοδευτικά στην κατάκτηση της νέας.

Ο ρόλος των εκπαιδευτικών δραστηριοτήτων έχει αναγνωριστεί ως κεντρικός στη διαδικασία μάθησης από πολλούς ερευνητές (Vygotsky 1978, Nardi 1996, Fishman 2000). Κάθε διαφορετική προσέγγιση για το πώς μαθαίνει ένα παιδί έχει συνδεθεί άμεσα με το σχεδιασμό μαθησιακών δραστηριοτήτων. Αναφέρθηκε και παραπάνω πως οι συμπεριφοριστικές θεωρίες μάθησης υποστηρίζονται από δραστηριότητες εξάσκησης και επανάληψης, δραστηριότητες που ενισχύουν την απομνημόνευση και τη μηχανιστική μάθηση του μαθησιακού αντικειμένου από τους μαθητές. Αντίθετα, οι εποικοδομιστικές και κοινωνικο-πολιτισμικές προσεγγίσεις για τη μάθηση δίνουν έμφαση σε συνεργατικές δραστηριότητες που προάγουν διερευνητική διάθεση των μαθητών, ερεθίζουν την περιέργειά και την ανακαλυπτική τους ικανότητα, την ανάπτυξη της κριτικής σκέψης, τη λειτουργική μάθηση των εννοιών κάθε γνωστικού αντικειμένου ώστε να είναι χρήσιμες στους μαθητές για την επίλυση προβληματικών καταστάσεων που είναι δυνατόν να αντιμετωπίσουν οι μαθητές στην καθημερινότητά τους.

Κάθε εκπαιδευτικός λοιπόν πρέπει να οργανώνει τη διδασκαλία του χρησιμοποιώντας δραστηριότητες που καλύπτουν το εννοιολογικό πεδίο της διδασκόμενης έννοιας. Πρέπει επίσης να διακρίνει το μαθηματικό περιεχόμενο, δηλαδή τους ορισμούς, τα θεωρήματα, τις ιδιότητες της έννοιας, από τα παραδείγματα και τις εφαρμογές. Τέλος είναι αναγκαίο η διδασκαλία του να είναι μαθηματικά αυστηρή και ακριβής και να

αποτελεί τη χρυσή τομή μεταξύ του μαθηματικά ορθού και του επιπέδου των δυνατοτήτων των μαθητών.

Για να σχεδιάσει ο εκπαιδευτικός μια δραστηριότητα πρέπει καταρχήν να ορίσει τον μαθησιακό και γνωστικό στόχο που φιλοδοξεί μετά την ολοκλήρωση της δραστηριότητας να έχουν κατακτήσει οι μαθητές. Ακολούθως πρέπει να επιλέξει ποιες δραστηριότητες είναι κατάλληλες να βοηθήσουν τους μαθητές να οικοδομήσουν τη γνώση τους και να γνωρίζει πώς οι μαθητές μαθαίνουν αποτελεσματικότερα τη ειδική αυτή γνωστική περιοχή. Τέλος ο δάσκαλος οφείλει να γνωρίζει το προφίλ των μαθητών του, το γνωστικό τους υπόβαθρο, τα μαθησιακά τους κενά που πρέπει να καλύψει, την ιδιοσυγκρασία του κάθε παιδιού και κατ' επέκταση τον τρόπο ενεργοποίησης του εσωτερικού κινήτρου του κάθε διδασκόμενου (προβλήματα από την καθημερινή ζωή, παιχνίδια, παρατήρηση, πειραματισμός).

Κατά την άποψη της Ε. Κολέζα μια δραστηριότητα πρέπει:

- Να έχει σύντομη εκφώνηση, που μπορεί να γίνει κατανοητή απ' όλους τους μαθητές.
- Να έχει μη προφανή απάντηση. Για να απαντήσει ο μαθητής στα ερωτήματα που τίθενται στα πλαίσια της δραστηριότητας, πρέπει να ανακαλύψει τη γνώση που επιδιώκεται μέσω αυτής, κινητοποιώντας και αναδιοργανώνοντας παλαιότερες γνωστές του έννοιες.
- Το πρόβλημα το οποίο βρίσκεται στη βάση μιας δραστηριότητας πρέπει να είναι πλούσιο, δηλαδή να επιδέχεται πολλές προσεγγίσεις, και να δίνει τη δυνατότητα στους μαθητές να διατυπώνουν και να επεξεργάζονται μόνοι τους ή στα πλαίσια της ομάδας ενδιάμεσες ερωτήσεις.

Οι προδιαγραφές σχεδίασης μιας εκπαιδευτικής δραστηριότητας σύμφωνα με τις σύγχρονες θεωρίες μάθησης κατά την Μ. Κορδάκη είναι:

- ✓ Να είναι ανοιχτού τύπου, δηλαδή να δέχεται πολλαπλές επιλύσεις ώστε να επιτρέπουν την έκφραση των ατομικών προσεγγίσεων των μαθητών.

- ✓ Να έχει ενδιαφέρον για το μαθητή, δηλαδή να επιλέγεται σύμφωνα με τις ιδιαίτερες κλίσεις και προτιμήσεις των μαθητών ώστε να τους δημιουργούν κίνητρο για δράση.
- ✓ Να επιτρέπει στο μαθητή να έχει τον έλεγχο της μάθησής του.
- ✓ Να είναι πρόβλημα, δηλαδή να επιδέχονται λύση που απαιτεί ανάλυση, σύνθεση, σύγκριση και αναδιοργάνωση των εννοιών που κάθε μαθητής έχει κατακτήσει.
- ✓ Να δίνει στο μαθητή την ευκαιρία να πειραματιστεί με κάποιου είδους πρακτική – χειρωνακτική εμπειρία με πρωταρχικά δεδομένα.
- ✓ Να επικεντρώνεται στην κατανόηση βασικών εννοιών του αντικείμενου μάθησης και όχι να εμπλέκουν ένα πλήθος έννοιες με αποτέλεσμα τη σύγχυση των μαθητών.
- ✓ Να επικεντρώνεται στα σημεία που οι μαθητές δυσκολεύονται ώστε να τους βοηθήσουν να τα ξεπεράσουν και να καλύψουν τα γνωστικά τους κενά.
- ✓ Να προσφέρει οπτική ανατροφοδότηση στους μαθητές. Με κατάλληλα μηνύματα δηλαδή να δίνουν την ευκαιρία στους μαθητές να αυτοδιορθώνονται.
- ✓ Να επιτρέπει στους μαθητές να εκφράσουν χωρίς ιδιαίτερη δυσκολία την πρότερη γνώση τους σχετικά με άλλα γνωστικά αντικείμενα.
- ✓ Να απαιτεί από τους μαθητές στοιχειώδεις γνώσεις από άλλα γνωστικά αντικείμενα, αν αυτό κρίνεται απαραίτητο, ώστε να τους απαλλάσσουν από το επιπλέον νοητικό φορτίο του να εξοικειωθούν με κάποιο άλλο γνωστικό αντικείμενο.
- ✓ Επιτρέπει την επίλυση σε διαφορετικά αναπαραστασιακά συστήματα, ώστε να αποκαλύπτονται όλες οι πτυχές της προς διδασκαλία γνώσης.

3.2.2 Ένα παράδειγμα διδασκαλίας των μαθηματικών με χρήση δραστηριοτήτων

Προκειμένου να γίνει κατανοητή η διαδικασία της διδασκαλίας των μαθηματικών με τη βοήθεια κατάλληλων δραστηριοτήτων θα παρατεθεί ένα παράδειγμα που αφορά τα

Μαθηματικά του Γυμνασίου. Ο γενικός διδακτικός στόχος του παραδείγματος είναι η εξοικείωση των μαθητών με τη χρήση συμβόλων, καθώς και η δυνατότητα μετάβασης από προβλήματα με συγκεκριμένους αριθμούς σε προβλήματα που η διαπραγματεύσή τους απαιτεί συμβολικές εκφράσεις.

Εκφώνηση: Ένας πατέρας έχει δύο παιδιά που οι ηλικίες τους διαφέρουν κατά ένα χρόνο. Την ημέρα των γενεθλίων του τον επισκέπτεται ένας φίλος του, ο οποίος τον ρωτάει ποια είναι η ηλικία των παιδιών του και ο πατέρας απαντάει ότι αφενός το άθροισμα των ηλικιών τους κάνει τη δική του ηλικία και αφετέρου τα γενέθλια των παιδιών του συμπίπτουν με τα δικά του. Είναι δυνατό με τα παραπάνω στοιχεία να προσδιοριστούν οι ηλικίες των παιδιών;

Παρατήρηση: Είναι προφανές ότι η επίλυση του ως άνω προβλήματος διαφέρει σε βαθμό δυσκολίας, ανάλογα με την τάξη του Γυμνασίου στην οποία φοιτούν οι μαθητές. Η παρακάτω παρουσίαση αφορά κυρίως την Α΄ Γυμνασίου, χωρίς να αποκλείεται, σε περισσότερο ή λιγότερο τροποποιημένη μορφή, να αφορά και τις υπόλοιπες τάξεις του Γυμνασίου. Για παράδειγμα, οι μαθητές της Β΄ Γυμνασίου είναι περισσότερο εξοικειωμένοι στην επίλυση προβλημάτων με εξισώσεις, όχι όμως στην παρουσίαση αποτελεσμάτων στα οποία ο άγνωστος περιέχει και μεταβλητές.

Ερευνητική φάση

Η εκφώνηση, ενώ σε μια πρώτη ανάγνωση ίσως φανεί απλή και σύντομη, είναι πιθανό να επιφέρει στους μαθητές αμηχανία, διότι αυτό που υποτίθεται ότι είναι γνωστό, δηλαδή η ηλικία του πατέρα, δε δίνεται με ένα συγκεκριμένο αριθμό. Όμως η παραπάνω γνωστική σύγχυση είναι αναγκαία, διότι για να υπάρχει μάθηση χρειάζεται να τίθενται καινούργιες και ασυνήθιστες ερωτήσεις που οδηγούν σε «καταστάσεις σύγκρουσης» του νέου με το παλιό. Με τον τρόπο αυτό προκύπτει η αναγκαιότητα της αλλαγής πλαισίου προκειμένου να επιτευχθεί η επεξεργασία των νέων γνωστικών αναπαραστάσεων (Bouvier, 1987).

Ως πρώτο βήμα για την αντιμετώπιση αυτού του προβλήματος είναι δυνατό να προταθεί από τον καθηγητή στους μαθητές, αν οι συνθήκες το επιτρέπουν, η διενέργεια μιας έρευνας στο οικογενειακό, φιλικό, ή σε οποιοδήποτε άλλο

περιβάλλον έχουν πρόσβαση. Στόχος της έρευνας θα είναι η διαπίστωση του κατά πόσον πραγματικά μπορεί να συμβεί αυτό που ζητείται από το πρόβλημα. Η παραπάνω έρευνα, ανεξάρτητα από τα τυχόν αποτελέσματα, είναι χρήσιμη, διότι με τον τρόπο αυτό επιτυγχάνεται μια βιωματικού τύπου εξοικείωση με το πρόβλημα, η οποία διαδικασία, σύμφωνα με τη θεωρία της κατασκευής της γνώσης είναι η απαραίτητη βάση για τη συγκρότηση της μαθηματικής γνώσης (Κεΐσογλου, 1999). Στη συγκεκριμένη περίπτωση, μάλιστα, το πιο πιθανό είναι να μη βρεθούν άτομα που να πληρούν τις ακριβείς συνθήκες του προβλήματος, διότι δεν είναι εύκολο να βρεθούν πατέρες που η ηλικία τους να είναι ακέραιος αριθμός και να ισούται με το άθροισμα των ηλικιών των δύο παιδιών τους, οι ηλικίες των οποίων πρέπει επίσης να είναι αριθμοί ακέραιοι. Προκειμένου να διευρυνθεί το προς εξέταση δείγμα θα μπορούσε ο καθηγητής να προτείνει την επέκταση της έρευνας, ακόμη και με τη βοήθεια του Internet. Όμως, αυτό που είναι σημαντικό δεν είναι τόσο η εύρεση στοιχείων που να πληρούν τις συνθήκες του προβλήματος όσο η εξοικείωση των μαθητών με ερευνητικές δραστηριότητες.

Στη συνέχεια και αφού συζητηθούν τα αποτελέσματα των ερευνών που τυχόν διεξήχθησαν, οι μαθητές, μέσω κατάλληλης διευκόλυνσης από τον καθηγητή, αν αυτό καταστεί αναγκαίο, είναι δυνατό να «οδηγηθούν» στο συμβολισμό της ηλικίας του πατέρα με ένα γράμμα, για παράδειγμα το k , δηλαδή να καταλήξουν σε μια αντιμετώπιση που ξεφεύγει από τη συνήθη πρακτική, η οποία απαιτεί το συμβολισμό με ένα γράμμα, συνήθως x , μόνο του ζητούμενου (άγνωστου) στοιχείου. Η ως άνω «αλλαγή πλαισίου» που έγινε δυνατή μέσα από το διευκολυντικό ρόλο του καθηγητή είναι μάλλον απαραίτητη, εφόσον οι μαθητές, τουλάχιστον στην πλειοψηφία τους, δε διαθέτουν ούτε μέθοδο λύσης ούτε τον αναγκαίο αλγόριθμο ούτε τις απαραίτητες έννοιες για να αντιμετωπίσουν τις απαιτήσεις του προβλήματος.

Το επόμενο βήμα είναι, πιθανώς, η πραγματοποίηση κάποιων δοκιμών όσον αφορά στις δυνατές τιμές που μπορεί να πάρει ο αριθμός k , ο οποίος σύμφωνα με τα δεδομένα του προβλήματος πρέπει να είναι φυσικός. Κατά τη διάρκεια των δοκιμών είναι εύκολο να διαπιστωθεί ότι αν το k είναι άρτιος αριθμός π.χ. 46, 48, 50, ... τότε δεν φαίνεται πιθανό να μπορεί να εκφρασθεί ως άθροισμα ενός φυσικού αριθμού με τον επόμενό του. Για παράδειγμα, αν $k=46$ τότε το k μπορεί να προσεγγισθεί από την

ισότητα $22+23=45$, αν όμως αυξηθεί κατά μια μονάδα ο πρώτος προσθετέος τότε θα ισχύει $23+24=47$, οπότε θα υπάρξει υπέρβαση του ζητούμενου αριθμού, το ίδιο συμβαίνει και αν $k=48$ διότι $23+24=47$ και $24+25=49$, ή $k=50$ διότι $24+25=49$ και $25+26=51$. Αν το k είναι περιττός π.χ. 43, 45, 47... τότε, επίσης εύκολα, θα φανεί ότι είναι δυνατό να εκφρασθεί ως άθροισμα ενός φυσικού αριθμού με τον επόμενο του. Για παράδειγμα, αν $k=43$ θα έχουμε $21+22=43$, για $k=45$ θα έχουμε $22+23=45$, για $k=47$ θα έχουμε $23+24=47$.

Προκειμένου να ισχυροποιηθεί η ένδειξη ότι ο ζητούμενος φυσικός αριθμός k είναι περιττός είναι, πιθανώς, χρήσιμο να πραγματοποιηθεί ένας αρκετά μεγάλος αριθμός από δοκιμές. Στην κατεύθυνση αυτή μπορεί να σταθεί αρωγός ένα υπολογιστικό φύλλο του Excel, του οποίου ορισμένα αποτελειώματα παρουσιάζονται αμέσως παρακάτω. Στην πρώτη στήλη φαίνονται διάφορες τιμές του φυσικού αριθμού k και στις δύο επόμενες οι δύο διαδοχικοί φυσικοί αριθμοί που το άθροισμά τους είναι ο k .

7383	3691	3692
7385	3692	3693
7387	3693	3694
7389	3694	3695
7391	3695	3696
7393	3696	3697
7395	3697	3698
7397	3698	3699
7399	3699	3700
7401	3700	3701
7403	3701	3702
7405	3702	3703
7407	3703	3704
7409	3704	3705

Στη συνέχεια, με στόχο τον προσδιορισμό των ηλικιών των παιδιών, σε συνάρτηση με την ηλικία του πατέρα, είναι πολύ πιθανό οι μαθητές να οδηγηθούν σε αδιέξοδο. Προς αναζήτηση διεξόδου ο καθηγητής είναι δυνατό να προτείνει στους μαθητές να εξετάσουν προσεκτικά τις ισότητες που χρησιμοποιήθηκαν ως παραδείγματα προηγουμένως ($21+22=43$ για $k=43$, $22+23=45$ για $k=45$ και $23+24=47$ για $k=47$). Και στις τρεις περιπτώσεις ενδέχεται να παρατηρήσουν οι μαθητές (το πιθανότερο με τη

βοήθεια του καθηγητή) ότι ο πρώτος προσθετός προκύπτει από το αποτέλεσμα (κ) αν από αυτό αφαιρεθεί το 1 και στη συνέχεια πραγματοποιηθεί διαίρεση δια του 2, δηλαδή $21=(43-1):2$, $22=(45-1):2$ και $23=(47-1):2$ και προφανώς ο δεύτερος προσθετός προκύπτει από τον πρώτο με την προσθήκη του 1. Η συγκεκριμένη φάση είναι αρκετά δύσκολη για τους μαθητές και απαιτεί έντονη διαφοροποίηση του υπάρχοντος τρόπου σκέψης (αλλαγή πλαισίου), διότι δεν απαιτεί μόνο τη γενίκευση κάποιων προφανών εμπειρικών παρατηρήσεων, όπως αυτές που οδήγησαν στην εικασία ότι ο κ ενδέχεται να είναι περιττός αριθμός. Εδώ η εμπειρία, δηλαδή οι ισότητες $21+22=43$, $22+23=45$ και $23+24=47$, δεν είναι εύκολο να οδηγήσει σε ένα μοντέλο που να παράγει τον πρώτο και το δεύτερο προσθετέο, αν θεωρηθεί γνωστό το άθροισμα.

Ανάπτυξη εικασιών

Οι παραπάνω ενέργειες είναι πολύ πιθανό να οδηγήσουν τους μαθητές στην εικασία ότι ο κ είναι περιττός αριθμός. Προκείμενου όμως να διατυπώσουν σε μαθηματική γλώσσα την ως άνω εικασία χρειάζεται να διαβλέψουν και ερωτήσεις που δεν παρουσιάζονται στην εκφώνηση. Μια ερώτηση είναι δυνατό να αφορά στον τρόπο με τον οποίο συμβολίζεται ένας άγνωστος φυσικός αριθμός. Η ερώτηση αυτή μπορεί να γίνει αφορμή για να συζητηθεί κατά πόσον ο προσφορότερος συμβολισμός παραπέμπει στο γράμμα χ ή στο γράμμα ν . Η συζήτηση μπορεί να συνδεθεί και με την επιλογή του κ ως συμβόλου για την ηλικία του πατέρα και στη συνέχεια να γενικευθεί με στόχο την κατανόηση του ρόλου των συμβόλων στα μαθηματικά. Άλλη ερώτηση είναι δυνατό να αφορά στον τρόπο γραφής του επόμενου ενός φυσικού αριθμού, οπότε με την προϋπόθεση ότι επελέγη το γράμμα ν για να συμβολίσει την ηλικία του μικρότερου παιδιού, οι ζητούμενοι αριθμοί θα είναι της μορφής ν , $\nu+1$.

Η επόμενη εικασία αφορά στον τρόπο προσδιορισμού των αριθμών ν και $\nu+1$. Οι ως άνω διαπιστώσεις, σε συνδυασμό με την παρατήρηση που έγινε κατά τη διάρκεια της ερευνητικής φάσης, δηλαδή ότι η ηλικία του μικρότερου παιδιού προκύπτει από την ηλικία του πατέρα (κ) αν από αυτή αφαιρεθεί 1 και στη συνέχεια γίνει διαίρεση δια του 2, ενδέχεται να οδηγήσουν στη δεύτερη εικασία ότι οι ηλικίες των δύο παιδιών είναι: $\nu=(\kappa-1):2$ και $\nu+1=(\kappa-1):2+1$.

Απόδειξη εικασιών

Εδώ οι μαθητές, προκειμένου να αποδείξουν αφενός ότι το k είναι περιττός αριθμός και αφετέρου ότι οι ζητούμενοι διαδοχικοί φυσικοί αριθμοί (ηλικίες παιδιών) είναι: $v=(k-1):2$ και $v+1=(k-1):2+1$, χρειάζεται να προβληματιστούν για το γενικό τρόπο γραφής των άρτιων και των περιττών φυσικών αριθμών, δηλαδή να χρησιμοποιήσουν συμβολικές γραφές της μορφής $2v$ για τους άρτιους και $2v+1$ για τους περιττούς.

Επαλήθευση - επικύρωση

Οι μαθητές με μια απλή πρόσθεση των αριθμών $v=(k-1):2$ και $v+1=(k-1):2+1$ μπορούν να διαπιστώσουν ότι το άθροισμά τους είναι ο αριθμός k .

Διερεύνηση- εμβάθυνση

Στη φάση αυτή οι μαθητές χρειάζεται να συνειδητοποιήσουν ότι το προφανές της εγκυρότητας ή μη των αποτελεσμάτων, όσον αφορά στις πράξεις με συγκεκριμένους αριθμούς, εδώ τίθεται σε αμφισβήτηση και είναι αναγκαίο να διερευνηθεί η καταλληλότητά τους. Δηλαδή, απαιτείται η εξέταση του κατά πόσον οι αριθμοί $v=(k-1):2$ και $v+1=(k-1):2+1$ είναι πράγματι φυσικοί, όπως επίσης και η εξέταση του εύρους των τιμών που μπορεί να πάρει ο φυσικός αριθμός k . Η συζήτηση που αφορά στις δυνατές τιμές του k μπορεί να αποτελέσει το έναυσμα προκειμένου να συνδεθούν τα μαθηματικά με θέματα από την πραγματική ζωή, γιατί η διαδικασία προσδιορισμού του εύρους τιμών του k άπτεται των κοινωνικών, πολιτιστικών και βιολογικών συνιστωσών που συνδέονται με την ηλικία που ένας άνδρας «αποφασίζει» να αποκτήσει παιδιά.

Γενίκευση

Στο τέλος της δραστηριότητας προτείνεται από τον καθηγητή η διεξαγωγή συζήτησης με σκοπό τη γενίκευση του προβλήματος, δηλαδή τη μετάφρασή του από τη φυσική στη μαθηματική γλώσσα. Αυτό οδηγεί στην αναζήτηση μιας διατύπωσης της μορφής «Το άθροισμα δύο διαδοχικών φυσικών αριθμών είναι ίσο με δεδομένο φυσικό αριθμό k . Να βρεθούν οι δύο αριθμοί». Η ως άνω διαδικασία δίνει τη δυνατότητα αφενός της μετάβασης από το συγκεκριμένο στο αφηρημένο και αφετέρου του

χειρισμού της νέας γνώσης, λαδή της εφαρμογής των αποτελεσμάτων σε άλλες καταστάσεις.

Σχόλια

Η εκφώνηση είναι σύντομη και εύκολα κατανοητή, αλλά η σωστή απάντηση δεν είναι προφανής.

Για να απαντήσει ο μαθητής με σωστό τρόπο χρειάζεται να κατασκευάσει την απαραίτητη γνώση.

Η αλλαγή πλαισίου όσον αφορά στο μαθητή είναι απαραίτητη και αφορά σχεδόν όλες τις φάσεις της δραστηριότητας.

Ο καθηγητής χρειάζεται να προσφέρει την όποια βοήθεια κρατώντας για τον εαυτό του το ρόλο του συνεργάτη – διευκολυντή και όχι αυτόν μιας αυθεντίας που επιβάλλει τη γνώση δογματικά και εκ των έξω. Πρέπει να ενστερνιστεί την άποψη ότι ο δάσκαλος δεν είναι αυτός που δίνει απαντήσεις αλλά αυτός που διαχειρίζεται την εξέλιξη των δραστηριοτήτων, με στόχο οι συζητήσεις μέσα στη σχολική τάξη να παρουσιαστούν με μια ικανοποιητικά επιστημονική μορφή (Bouvier, 1987).

Κατά την πορεία προς επίλυση του προβλήματος οι μαθητές είναι δυνατό να έχουν, στο μέτρο του δυνατού, αρκετή αυτονομία ως προς τις κατευθύνσεις της μάθησης, γεγονός που κατά την Anthony (1996) αποτελεί χαρακτηριστικό της ενεργητικής μάθησης.

Η ένταξη των νέων τεχνολογιών στην εκπαίδευση είναι δυνατό να βοηθήσει στην ισχυροποίηση της όποιας εικασίας. Στη συγκεκριμένη περίπτωση η χρήση του υπολογιστικού φύλλου του Excel επιτρέπει την πραγματοποίηση ενός εκτεταμένου πλήθους δοκιμών. Επίσης, η χρήση του Internet δίνει τη δυνατότητα της πραγματοποίησης μιας αρκετά εκτεταμένης έρευνας, με στόχο την ανίχνευση αντιστοιχιών μεταξύ των δεδομένων του προβλήματος και της πραγματικότητας. Μάλιστα, η εμβάθυνση στις δυνατότητες του διαδικτύου δίνει και τη δυνατότητα

καλύτερης διερεύνησης. Για παράδειγμα, η σύνδεση με κόμβους που σχετίζονται με θέματα εκπαιδευτικής και γενικότερα επιστημονικής έρευνας μπορεί να προσφέρει σημαντική βοήθεια.

Η ίδια η δραστηριότητα επιτρέπει τη διαδικασία της επαλήθευσης της ορθότητας της προτεινόμενης λύσης.

Ο βαθμός δυσκολίας που παρουσιάζει η δραστηριότητα ευνοεί τη συνεργατική μάθηση, δηλαδή το σχηματισμό μικρών ομάδων μαθητών, προκειμένου να βρεθεί η λύση.

Κατά την πορεία χρειάζεται να απαντηθούν και ερωτήσεις που δε βρίσκονται στην αρχική εκφώνηση.

Είναι δυνατό να υπάρξουν διάφορες προσεγγίσεις. Για παράδειγμα, θα ήταν δυνατόν κάποιοι μαθητές να οδηγηθούν στο αποτέλεσμα μέσα από τη διαδικασία της επίλυσης ως προς n της εξίσωσης $n+n+1=k$. Στην περίπτωση αυτή ο γενικός διδακτικός στόχος της δραστηριότητας παραμένει ο ίδιος, όμως χρειάζονται αλλαγές στις ενδιάμεσες στρατηγικές.

Τέλος, η σχετική αυτονομία του μαθητή μέσα από την εργασία σε μικρές ομάδες είναι δυνατό να καλύψει και συναισθηματικούς στόχους, όπως είναι η χαρά της ανακάλυψης, το μοίρασμα με άλλα άτομα όλων των βιωμάτων που αναπτύσσονται κατά τη διάρκεια της πορείας προς την παραγωγή της νέας γνώσης, η ευχαρίστηση λόγω της ελεύθερης κίνησης των ιδεών, η αποβολή του άγχους που συνεπάγεται η παραδοσιακού τύπου αξιολόγηση κτλ.

Συζήτηση

Προκειμένου να εισαχθούν με επιτυχημένο τρόπο στην εκπαίδευση οι σύγχρονες απόψεις για τη διδακτική των μαθηματικών χρειάζονται ορισμένες προϋποθέσεις.

Πρώτη προϋπόθεση είναι η στροφή προς τον παράγοντα καθηγητή, ο οποίος έχει επωμιστεί ένα πολύ δύσκολο ρόλο, αφενός να κατανοήσει τι σημαίνουν οι σύγχρονες

απόψεις για τα μαθηματικά και αφετέρου να υλοποιήσει τις απόψεις αυτές σε επίπεδο καθημερινής σχολικής πραγματικότητας. Αυτό συνεπάγεται τη δυνατότητα της απόρριψης της ασφάλειας που του παρέχει το γνωστό και καθιερωμένο για πολλά χρόνια μοντέλο εκπαίδευσης. Επομένως, αναγκαίοι όροι είναι αφενός η επιμόρφωση των καθηγητών στο νέο τρόπο αντιμετώπισης των μαθηματικών και αφετέρου ο εφοδιασμός τους με κατάλληλα εγχειρίδια για τον καθηγητή. Στην επιμόρφωση, καθώς και στο βιβλίο του καθηγητή χρειάζεται να πραγματοποιηθεί πλήρης και λεπτομερής ανάλυση της έννοιας της «διδασκαλίας μέσω δραστηριοτήτων», η οποία να συνοδεύεται και από κατάλληλα παραδείγματα. Η έννοια αυτή είναι πολύ βασική, διότι γύρω της διαρθρώνονται οι σύγχρονες διδακτικές προσεγγίσεις στο μάθημα των μαθηματικών.

Δεύτερη προϋπόθεση για την ουσιαστική αντιμετώπιση των μαθηματικών μέσα από ένα σύγχρονο πρίσμα είναι η περικοπή της ύλης των σχολικών βιβλίων που αντιστοιχεί στο παραδοσιακό μοντέλο διδασκαλίας, διότι αν δε θέλουμε οι σύγχρονες αντιλήψεις να αποτελέσουν μια θεωρητική, αφηρημένη και χωρίς πρακτικό αποτέλεσμα διαδικασία, θα πρέπει να αφιερώσουμε ένα μεγάλο ποσοστό από το διατιθέμενο χρόνο σε δραστηριότητες, χωρίς, πιθανώς, να αναμένουμε σε σύντομο χρονικό διάστημα τα γνωστά μετρήσιμα και συγκρίσιμα αποτελέσματα. Αν θεωρήσουμε ότι για το μάθημα των μαθηματικών διατίθενται το πολύ 120 ώρες, στην πραγματικότητα γύρω στις 100 ώρες, πιστεύουμε ότι δε θα πρέπει να προγραμματισθούν περισσότερες από τις μισές ώρες για τη διδασκαλία μέσα από την κλασική προσέγγιση, διότι ο χρόνος που απαιτείται για την επιτυχημένη πραγμάτευση μιας δραστηριότητας είναι, σε αρκετές περιπτώσεις, το λιγότερο μια διδακτική ώρα.

Τρίτη απαραίτητη προϋπόθεση για την εφαρμογή των σύγχρονων θεωριών μάθησης, είναι η αλλαγή των αντιλήψεών μας όσον αφορά στην αξιολόγηση. Χρειάζεται να πειραματισθούμε στην εφαρμογή και εναλλακτικών τρόπων αξιολόγησης, διότι η κλασική αξιολόγηση δε συνάδει με το νέο πνεύμα.

Τέλος, ένα μεγάλο πρόβλημα είναι ο τρόπος που οι αντιλήψεις αυτές θα συνδεθούν με το Λύκειο και την εισαγωγή στην Τριτοβάθμια Εκπαίδευση, όπου οι παραδοσιακές αντιλήψεις για τη διδασκαλία και την αξιολόγηση των μαθηματικών εξακολουθούν να αποτελούν την κυρίαρχη πρακτική. Ο προβληματισμός αυτός θεωρούμε ότι είναι

θεμελιώδης και άπτεται της όλης φιλοσοφίας της μαθηματικής εκπαίδευσης, εφόσον αυτή, κατά το *Ενιαίο Πλαίσιο Προγράμματος Σπουδών των Μαθηματικών για την Πρωτοβάθμια και Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση* (1997), έχει ενιαίους στόχους και αρχές για όλες τις βαθμίδες, από το Δημοτικό μέχρι και το Λύκειο. Στην ουσία, το βασικό ερώτημα είναι κατά πόσον είμαστε προετοιμασμένοι, αν χρειασθεί, στο πιθανό ενδεχόμενο της μερικής ή πλήρους επαναδιαπραγματεύσης του περιεχομένου των εννοιών *σχολείο, εκπαίδευση, τάξη, αξιολόγηση* κτλ.

3.2.3 Είδη δραστηριοτήτων κατά τον R. Gras

Μια κατηγοριοποίηση των εκπαιδευτικών δραστηριοτήτων προτείνει ο R. Gras διαχωρίζοντας τις δραστηριότητες ανάλογα με τα ρήματα που χρησιμοποιούνται για τη διατύπωσή τους και την ενέργεια που τα ρήματα αυτά δηλώνουν.

1. **Υπολογιστική δραστηριότητα.** Στην κατηγορία αυτή ανήκουν δραστηριότητες που προάγουν ή απαιτούν την ικανότητα αλγεβρικών υπολογισμών και την εφαρμογή αλγορίθμων. Τα ρήματα που συνήθως χρησιμοποιούνται είναι: υπολογίζω, εφαρμόζω αλγόριθμο ή απαριθμώ.
2. **Τεχνική δραστηριότητα** είναι η δραστηριότητα που απαιτεί ειδική τεχνική, σημασία στη λεπτομέρεια, ακρίβεια και υπομονή. Διατυπώνεται με τις φράσεις: είμαι λεπτομερής και λεπτολόγος, φροντίζω την παρουσίαση σχημάτων ή πράξεων, είμαι επίμονος και οργανωμένος
3. **Η μεταφραστική δραστηριότητα** απαιτεί τη μετάβαση από μια μορφή έκφρασης σε μια άλλη, δηλαδή από τη φυσική γλώσσα στο σχήμα, τον πίνακα, τη γραφική παράσταση και γενικά από τη μια μορφή στην άλλη. Τα ρήματα που διατυπώνουν τέτοιες δραστηριότητες είναι το μεταφράζω, αναλύω, σχηματοποιώ, αναπαριστώ, περιγράφω, μοντελοποιώ, μεταφέρω από τη μία μορφή στην άλλη.
4. **Δραστηριότητα ομαδοποίησης.** Σε αυτή τη δραστηριότητα ταξινομούμε τα στοιχεία ενός συνόλου σύμφωνα με ένα κοινό τους χαρακτηριστικό. Τα ρήματα που χρησιμοποιούνται στη διατύπωση είναι ομαδοποιώ, ταξινομώ, διαχωρίζω, κατατάσσω, αναλύω, συνθέτω, αντιστοιχίζω.

5. **Επενδυτική δραστηριότητα.** Ολοκληρώνοντας αυτού του είδους τις δραστηριότητες οι μαθητές καλούνται να εφαρμόσουν τα αποτελέσματα που πήραν επεξεργαζόμενοι ένα μοντέλο σε μια πραγματική κατάσταση. Τα ρήματα που δηλώνουν τέτοιες δραστηριότητες είναι το εφαρμόζω, κατασκευάζω παράδειγμα ή μοντέλο, κάνω κάτι να λειτουργήσει.
6. **Λογική δραστηριότητα.** Το είδος αυτό περιλαμβάνει δραστηριότητες που αναπτύσσουν τον υποθετικό και επαγωγικό συλλογισμό του μαθητή. Διατυπώνονται με τα ρήματα αποδεικνύω, πείθω, υποθέτω και συμπεραίνω, λύνω προβλήματα εφαρμόζοντας τους τύπους της λογικής.
7. **Οι προβλεπτικές δραστηριότητες** ενεργοποιούν την ικανότητα του μαθητή για εικασίες ή προβλέψεις. Στην παρουσίασή τους συναντάμε τα ρήματα εκτιμώ προσεγγιστικά, εικάζω, προβλέπω, οδηγούμαι σε πιθανό συμπέρασμα.
8. **Οι δραστηριότητες που ωθούν το μαθητή να ανακαλύψει τη γνώση μέσω της διερεύνησης ονομάζονται ευρετικές** και δηλώνονται συνήθως με το ψάχνω, ψηλαφίζω, μηχανεύομαι τρόπους δράσης, διατυπώνω υποθέσεις.
9. Δραστηριότητες που επιβάλλουν την ανάπτυξη της κριτικής ικανότητας του μαθητή και τη δυνατότητα σύγκρισης δύο ή περισσότερων τρόπων λύσης ενός προβλήματος λέγονται **κριτικές**. Διατυπώνονται με τις λέξεις ερμηνεύω, ελέγχω, αξιολογώ, βρίσκω ομοιότητες και διαφορές, κρίνω με αντιπαράδειγμα, επαληθεύω, απορρίπτω, βελτιστοποιώ ή επανατοποθετώ την ερώτηση.
10. **Οι δημιουργικές δραστηριότητες** είναι αυτές που καλούν τους μαθητές να λειτουργήσουν τη φαντασία τους, να δημιουργήσουν παραδείγματα και να αντιμετωπίσουν καταστάσεις όχι εντελώς ίδιες με αυτές που διδάχθηκαν. Τις δημιουργικές δραστηριότητες τις δηλώνουμε με τα ρήματα εφευρίσκω, δημιουργώ, δίνω παράδειγμα, φαντάζομαι και δημιουργώ.

3.2.4 Προστιθέμενη παιδαγωγική αξία από τη χρήση ΤΠΕ στο σχεδιασμό και την ανάπτυξη εκπαιδευτικών δραστηριοτήτων

Με την αξιοποίηση των κατάλληλων εκπαιδευτικών λογισμικών στη διδακτικομαθησιακή διαδικασία, στο πλαίσιο ενός κατάλληλου παιδαγωγικού

σχεδιασμού, είναι δυνατόν να δημιουργηθούν αναβαθμισμένα, δυναμικά περιβάλλοντα μάθησης, τα οποία χαρακτηρίζονται από μαθητοκεντρική και κοινωνιοκεντρική προσέγγιση. Ευνοείται η οικοδόμηση της γνώσης, προωθείται η ενεργός συμμετοχή των μαθητών, ενώ συγχρόνως αναγνωρίζεται η σημασία του κοινωνικού πλαισίου της μαθησιακής διαδικασίας και συντελείται η καλλιέργεια της επικοινωνίας και της συνεργασίας των μαθητών. Οι δημιουργικές μαθησιακές δραστηριότητες, που απορρέουν από τις δυνατότητες των ΤΠΕ:

- ✓ Διευκολύνουν την ανάπτυξη της ικανότητας του μαθητή να σκέπτεται και να δημιουργεί, ενεργοποιώντας μαθησιακά μοντέλα και αναπαραστάσεις της γνώσης (συμβολικές, πολυαισθητηριακές, διαισθητικές/πραξιακές).
- ✓ Παρέχουν ευκαιρίες και κίνητρα μάθησης μέσα από ποικίλες στρατηγικές και ελκυστικές διαδικασίες αναζήτησης - επεξεργασίας - διαχείρισης και κοινωνικής διαπραγμάτευσης - αξιολόγησης - σύνθεσης και παρουσίασης των πληροφοριών και των ιδεών.
- ✓ Ενθαρρύνουν την αναλυτική και τη συνθετική σκέψη, τις μεταγνωστικές διαδικασίες, την ανάπτυξη της αυτοπεποίθησης, την καλλιέργεια αξιών και την ανάληψη κοινωνικής δράσης.
- ✓ Δημιουργούν περιβάλλον διερεύνησης και πειραματισμού και ευνοούν την ανάπτυξη δεξιοτήτων μοντελοποίησης και επίλυσης ποικίλων προβλημάτων.
- ✓ Ευνοούν την ενίσχυση του συμμετοχικού, συνεργατικού και συλλογικού χαρακτήρα της μάθησης παρέχοντας χώρο, χρόνο και σχέδιο δράσης για τον σκοπό αυτόν.
- ✓ Αξιοποιούν τις δικτυακές τεχνολογίες ως εργαλείο επικοινωνίας, σκέψης και αναβάθμισης του κοινωνικού περιβάλλοντος της μάθησης.
- ✓ Παρέχουν ευχέρεια στη χρήση εργαλείων δημιουργικής έκφρασης και διαπλοκής του γραπτού, προφορικού και «πολυμεσικού» λόγου.
- ✓ Παρέχουν επίσης εργαλεία, διαδικασίες και ευκαιρίες μάθησης στους μαθητές με διαφορετική κοινωνική, εθνική και φυλετική προέλευση και με διαφορετικές ικανότητες μάθησης συμβάλλοντας αντισταθμιστικά στην άμβλυνση των κοινωνικών ανισοτήτων.

- ✓ Προσεγγίζουν τη μάθηση σφαιρικά, διεπιστημονικά, διαθεματικά και συμβάλλουν στην άμβλυνση της τεχνητής κατάτμησης της γνώσης από τα παραδοσιακά αναλυτικά προγράμματα.
- ✓ Προωθούν το παιδαγωγικό παιχνίδι.

3.2.5 Ένα παράδειγμα αξιοποίησης των ΤΠΕ - Είδη εκπαιδευτικών δραστηριοτήτων για τη διδασκαλία της Γεωμετρίας με τη βοήθεια ΤΠΕ

Για παράδειγμα με αξιοποίηση εκπαιδευτικού λογισμικού δυναμικής γεωμετρίας οι δραστηριότητες για τη διδασκαλία της Γεωμετρίας, είναι δυνατόν να διαχωριστούν στα παρακάτω είδη (Κορδάκη 2002):

1. Διατύπωση εικασίας με βάση την μεταβαλλόμενη εικόνα

Οργανώνοντας μια τέτοιου είδους δραστηριότητα ο διδάσκοντας δίνει στο μαθητή ένα σχήμα το οποίο μπορεί να μεταβληθεί και περιμένει απ' αυτόν να «πειράξει» το σχήμα, να το μεταβάλλει κατά τέτοιο τρόπο και πολλές φορές έως ότου καταλήξει να συντάξει κάποιες εικασίες που να περιγράφουν το φαινόμενο που παρατήρησε. Για παράδειγμα μπορεί ο δάσκαλος να ζητήσει από το μαθητή να φτιάξει ένα τρίγωνο με τις διαμέσους του. Ύστερα να του ζητήσει να μεταβάλλει τις κορυφές του τριγώνου και να τον καλέσει να διατυπώσει τις εικασίες του σχετικά με το σημείο τομής των διαμέσων.

2. Διατύπωση εικασίας με βάση τα μεταβαλλόμενα αριθμητικά δεδομένα

Οι μαθητές με την προτροπή του δασκάλου καλούνται να κατασκευάσουν κάποια σχήματα και με κατάλληλες μετρήσεις να διατυπώνουν τις εικασίες τους. Για παράδειγμα ο μαθητής καλείται να κατασκευάσει διάφορες γωνίες όπου θα μπορεί να μεταβάλλει το μήκος των πλευρών τους. Ύστερα θα βρει το μέτρο της γωνίας, καθώς και το μήκος των πλευρών της χρησιμοποιώντας το κατάλληλο μέτρο. Μεταβάλλοντας το μήκος των πλευρών στην οθόνη του υπολογιστή μπορεί να διατυπώσει την εικασία ότι το μέτρο της γωνίας δεν εξαρτάται από το μήκος των πλευρών της.

3. Επαλήθευση εικασίας με βάση τη μεταβαλλόμενη εικόνα

Ο μαθητής με κατάλληλη δραστηριότητα καλείται να επαληθεύσει μια εικασία που έχει διατυπώσει ο ίδιος ή ο δάσκαλός του. Παραδείγματος χάριν εάν ο μαθητής υποθέσει ότι τα ύψη ενός τριγώνου τέμνονται στο ίδιο σημείο μπορεί να σχεδιάσει ένα τρίγωνο με τα ύψη του και να μεταβάλλει όσες φορές θέλει τις κορυφές του στην οθόνη του υπολογιστή, ώστε να πειστεί ότι η εικασία του είναι σωστή και επαληθεύεται για οποιοδήποτε τρίγωνο.

4. Επαλήθευση εικασίας με βάση τα μεταβαλλόμενα αριθμητικά δεδομένα

Με αυτές τις δραστηριότητες οι μαθητές πρέπει να επαληθεύσουν μια εικασία που έχουν διατυπώσει μετρώντας την κατάλληλη ποσότητα. Για παράδειγμα αν ο μαθητής θέλει να επαληθεύσει ότι κάθε σημείο της μεσοκάθετου ενός ευθυγράμμου τμήματος ισαπέχει από τα άκρα του τότε κατασκευάζει ένα ευθύγραμμο τμήμα, ύστερα τη μεσοκάθετό του και μετρά την απόσταση κάθε σημείου της από τα άκρα του τμήματος.

5. Επαλήθευση σχέσης με βάση τα μεταβαλλόμενα αριθμητικά δεδομένα σε συνδυασμό με την μεταβαλλόμενη εικόνα

Ο δάσκαλος χρησιμοποιεί αυτού του είδους τις δραστηριότητες για να βοηθήσει το μαθητή να επαληθεύσει μια δοσμένη σχέση μεταξύ κάποιων μεγεθών. Παραδείγματος χάριν αν θέλει να επαληθεύσει το Πυθαγόρειο Θεώρημα θα πρέπει ο μαθητής να κατασκευάσει ένα ορθογώνιο τρίγωνο, να μετρήσει τις πλευρές του και να πινακοποιήσει το άθροισμα των τετραγώνων των δύο κάθετων πλευρών και το τετράγωνο της υποτεινουσας. Ύστερα μεταβάλλοντας τα ορθογώνια τρίγωνα να επαληθεύσει ότι το αποτέλεσμα δεν αλλάζει όσο μεγάλο ή μικρό κι αν είναι το ορθογώνιο τρίγωνο.

6. Μαύρο κουτί – αιτιολόγηση του τι συμβαίνει σε μια γεωμετρική κατασκευή

Με αυτές τις δραστηριότητες καλούνται οι μαθητές να προβληματιστούν προκειμένου να αιτιολογήσουν κάτι που συμβαίνει σε μια γεωμετρική κατασκευή. Γι παράδειγμα οι μαθητές πρέπει να μετρήσουν την επιφάνεια δύο ή περισσότερων

τριγώνων με κοινή βάση και κορυφή η οποία βρίσκεται σε μια ευθεία παράλληλη προς τη βάση και να αιτιολογήσουν γιατί αυτά έχουν ίσο εμβαδό.

7. Πολλαπλών επιλύσεων

Ο μαθητής καλείται να επιλύσει ένα πρόβλημα το οποίο επιδέχεται διαφορετικούς τρόπους λύσεων. Για παράδειγμα μπορεί να προσπαθήσει να σχεδιάσει ισεμβαδικά τρίγωνα χρησιμοποιώντας το πλέγμα, τους τύπους υπολογισμού, το σύρσιμο των κορυφών του τριγώνου στην οθόνη του υπολογιστή, την αντιγραφή και επικόλληση και άλλα.

Κεφάλαιο 4^ο

Αξιολόγηση δραστηριοτήτων

Στο δεύτερο μέρος της παρούσας εργασίας θα προχωρήσουμε στην αξιολόγηση εκπαιδευτικών δραστηριοτήτων που συντάχθηκαν για τη διδασκαλία των Μαθηματικών στο Δημοτικό Σχολείο. Οι συγγραφείς είναι κυρίως εκπαιδευτικοί οι οποίοι έχουν ολοκληρώσει το Β' επίπεδο επιμόρφωσης ή εκπαιδευτές, οι οποίοι επιμόρφωσαν τους εκπαιδευτικούς σε δεύτερο επίπεδο. Το έργο «**επιμόρφωση των εκπαιδευτικών για την αξιοποίηση και εφαρμογή των ΤΠΕ στη διδακτική πράξη**» του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση», ΕΣΠΑ (2007-2013), το οποίο υλοποιείται με τη συγχρηματοδότηση της ΕΕ και του ΕΚΤ έχει ως αντικείμενο την επιμόρφωση μεγάλου αριθμού εκπαιδευτικών των ελληνικών σχολείων της πρωτοβάθμιας και της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης στη διδακτική αξιοποίηση των Τεχνολογιών της Πληροφορίας και των Επικοινωνιών στην τάξη. Το πρόγραμμα επιμόρφωσης έχει διάρκεια 96 ώρες και διεξάγεται εκτός σχολικού ωραρίου σε ειδικά εξοπλισμένα κέντρα, **Κέντρα Στήριξης Επιμόρφωσης - ΚΣΕ**, τα οποία συνήθως είναι σχολεία, σε όλη τη χώρα, από εξειδικευμένους επιμορφωτές, τους **επιμορφωτές 'β' επιπέδου'**, οι οποίοι έχουν εκπαιδευτεί κατάλληλα για το σκοπό αυτό σε Πανεπιστήμια, τα **Πανεπιστημιακά Κέντρα Εκπαίδευσης – ΠΑΚΕ**. Την ευθύνη για την υλοποίηση της Πράξης έχει σύμπραξη φορέων αποτελούμενη από τον Οργανισμό Επιμόρφωσης Εκπαιδευτικών (ΟΕΠΕΚ), ως τελικό δικαιούχο και το Ερευνητικό Ακαδημαϊκό Ινστιτούτο Τεχνολογίας Υπολογιστών (ΕΑ ΙΤΥ) και το Παιδαγωγικό Ινστιτούτο (ΠΙ), ως συνδικαιούχους - συμπράττοντες επιστημονικούς φορείς. Η επιμόρφωση αυτή, γνωστή και ως **επιμόρφωση β' επιπέδου**, καθώς αποτελεί φυσική συνέχεια της **επιμόρφωσης 'α' επιπέδου'** σε βασικές δεξιότητες ΤΠΕ που έγινε στο πλαίσιο προηγούμενων έργων. Στην επιμόρφωση 'β' επιπέδου' μπορούν να λάβουν μέρος **φιλόλογοι (ΠΕ02), μαθηματικοί (ΠΕ03), καθηγητές φυσικών επιστημών (ΠΕ04), καθηγητές γαλλικής, αγγλικής και γερμανικής γλώσσας (ΠΕ05/06/07), δάσκαλοι (ΠΕ70) και νηπιαγωγοί (ΠΕ60)**, εφόσον έχουν ήδη πιστοποιηθεί ως προς τις βασικές δεξιότητες ΤΠΕ – 'α' επιπέδου' και είναι μόνιμοι εκπαιδευτικοί δημοσίων και ιδιωτικών σχολείων. Πρέπει επίσης να υπηρετούν σε σχολείο κατά τη χρονική περίοδο της επιμόρφωσης, ώστε να έχουν τη

δυνατότητα να εφαρμόσουν στην πράξη - στην τάξη τους - τις γνώσεις και δεξιότητες που αποκτούν, πράγμα που αποτελεί αναπόσπαστο μέρος της ίδιας της επιμορφωτικής διαδικασίας.

Οι δραστηριότητες αντλήθηκαν από τον ιστότοπο ifigeneia.cti.gr, μια «βιβλιοθήκη εκπαιδευτικών δραστηριοτήτων» που περιλαμβάνει εκπαιδευτικό υλικό για την αξιοποίηση των ψηφιακών τεχνολογιών στην εκπαιδευτική διαδικασία. Μπορεί να αποτελέσει ιδιαίτερα χρήσιμο εργαλείο για τους επιμορφωτές και τους εκπαιδευτικούς που συμμετέχουν στα προγράμματα επιμόρφωσης β' επιπέδου, στην ανεύρεση υλικού (εκπαιδευτικές δραστηριότητες) για την υλοποίηση της πρακτικής άσκησης/ εφαρμογής στην τάξη. Στη βιβλιοθήκη αυτή, οι εκπαιδευτικοί έχουν τη δυνατότητα να «καταθέτουν» υλικό (σενάρια για εκπαιδευτικές δραστηριότητες και συνοδευτικό υλικό) χαρακτηρίζοντάς το με κατάλληλα μεταδεδομένα (πχ Δημιουργός/ Συγγραφέας, δικαιώματα, Λογισμικό που αξιοποιεί, Γλώσσα κ.α.) και να αναζητούν υλικό θέτοντας σύνθετα κριτήρια αναζήτησης. Η δομή/ οργάνωση της βιβλιοθήκης βασίζεται στην παρακάτω ακολουθία/ «δέντρο» ταξινόμησης: Κλάδος εκπαιδευτικών (πχ. ΠΕ04), Βαθμίδα εκπαίδευσης (πχ. Γυμνάσιο), Τάξη (πχ. Β' Γυμνασίου), Μάθημα (πχ. Φυσική), Επιμέρους Ενότητες του μαθήματος (πχ. Κινήσεις, Ενέργεια, Θερμότητα). Οι εκπαιδευτικές δραστηριότητες «κατατίθενται» στην παρούσα βιβλιοθήκη με τη μορφή «εκπαιδευτικού πακέτου», το οποίο περιλαμβάνει σε ένα «συμπιεσμένο» αρχείο (πχ. σε μορφή .zip, .rar) τα παρακάτω:

- Περιγραφή εκπαιδευτικού σεναρίου (πχ. σε μορφή .doc ή .pdf)
- Φύλλο εργασίας μαθητή (πχ. σε μορφή .doc)
- Άλλο/α αρχείο/α, εφόσον απαιτούνται για την εφαρμογή του παραπάνω εκπαιδευτικού σεναρίου, όπως είναι για παράδειγμα ένα εκτελέσιμο/ "αυτόνομο" αρχείο (πχ. ένα java applet) ή ένα αρχείο που έχει παραχθεί μέσω ενός εργαλείου εκπαιδευτικού λογισμικού (πχ. ένα αρχείο τύπου .ip, που έχει δημιουργηθεί με το Interactive Physics, ένα αρχείο τύπου .gsp που έχει δημιουργηθεί με το Sketchpad κ.α.).

Επίσης, είναι δυνατόν να περιλαμβάνει άλλο υλικό τα οποίο κρίνεται από το δημιουργό ή γενικότερα από τον εκπαιδευτικό που «καταθέτει» την εκπαιδευτική δραστηριότητα:

- είτε απαραίτητο, για την υλοποίηση της παρούσας δραστηριότητας στην τάξη (πχ. ένα αρχείο κειμένου, υπολογισμών κλπ. για επεξεργασία από τους μαθητές στο πλαίσιο της διδασκαλίας),
- είτε σκόπιμο να έρθει σε γνώση του δυνητικού χρήστη-εκπαιδευτικού (πχ. μια αξιολόγηση, μια σχετική δημοσίευση).

Στο «εκπαιδευτικό πακέτο» δεν περιλαμβάνεται το εργαλείο(α) ή τίτλος(οι) εκπαιδευτικού λογισμικού το οποίο αξιοποιείται (πχ. το ίδιο το Interactive Physics, το GeoGebra, το «Ανακαλύπτω τις Μηχανές», το «Ιστορικός Άτλαντας Centennia» κ.α.).

Η επιμόρφωση έλαβε χώρα σε διάφορα ΚΣΕ ανά την Ελλάδα και χρονικά προσδιορίζεται την Α΄ Περίοδο του 2010.

4.1 Το πλαίσιο της αξιολόγησης

Το πλαίσιο της αξιολόγησης των δραστηριοτήτων που θα πραγματοποιήσουμε σε αυτή την εργασία, κατά τη γνώμη μας, συμπεριλαμβάνει τους εξής άξονες:

1. Πληρότητα δραστηριότητας

Το πρώτο ερώτημα της αξιολόγησης είναι η πληρότητά της. Συγκεκριμένα:

- Διαθέτει **σενάριο** στα πλαίσια του οποίου υλοποιείται;
- Συμπεριλαμβάνει **φύλλα εργασίας** και αν ναι αυτά είναι σωστά δομημένα σε έκταση και περιεχόμενο;
- Το αρχείο της δραστηριότητας συμπεριλαμβάνει και το **ψηφιακό υλικό**;
- Προβλέπεται **διαδικασία αυτοαξιολόγησης** των μαθητών ή αξιολόγησής τους από το δάσκαλο, ώστε με τον έναν ή τον άλλο τρόπο να υπάρχει έλεγχος της αποτελεσματικότητας της δραστηριότητας ως προς τη μαθησιακή διαδικασία;

- Περιέχει **αξιολόγηση μετά την υλοποίηση της δραστηριότητας στην τάξη**; Δηλαδή συμπεριλαμβάνεται στη δραστηριότητα αναφορά σχετικά με το αν και κατά πόσο επετεύχθησαν οι μαθησιακοί στόχοι, τα σημεία στα οποία δυσκολεύτηκαν οι μαθητές ή τα προβλήματα που αντιμετώπισε ο δάσκαλος κατά την υλοποίησή της;

2. Πληρότητα του σεναρίου

Ο δεύτερος άξονας αξιολόγησης αφορά την **πληρότητα – αρτιότητα και πρωτοτυπία του εκπαιδευτικού σεναρίου** που υλοποιείται στην κάθε δραστηριότητα.

Ειδικότερα:

- Αν στο σενάριο γίνεται αναφορά στην βαθμίδα και την τάξη στην οποία απευθύνεται;
- Αν προσδιορίζεται επακριβώς η θεματική ενότητα τη διδασκαλία της οποίας υποστηρίζει η κάθε δραστηριότητα; Αν ναι, καλύπτει το περιεχόμενο της ύλης σύμφωνα με το Αναλυτικό Πρόγραμμα Σπουδών του Υπουργείου (διδασκτικοί στόχοι, προαπαιτούμενες γνώσεις);
- Αν γίνεται αναφορά στα εργαλεία που χρησιμοποιεί;
- Αν αναφέρεται η προβλεπόμενη οργάνωση της τάξης; Οι μαθητές υλοποιούν τη δραστηριότητα σε ζευγάρια; Χωρίζονται σε ομάδες; Δουλεύει ο καθένας μόνος του;
- Προσδιορίζεται η προβλεπόμενη διάρκεια κάθε δραστηριότητας;
- Το σενάριο είναι πρωτότυπο;
- Η διαθεματικότητα είναι μια από τις προϋποθέσεις του σχεδιασμού του σεναρίου;
- Αναφέρεται ποια είναι τα γνωστικά προβλήματα που αντιμετωπίζουν τα παιδιά σχετικά μ' αυτές τις έννοιες και άρα ποια είναι η προστιθέμενη αξία της χρήσης των ΤΠΕ που προτείνεται;
- Υπάρχει στο εκπαιδευτικό σενάριο βιβλιογραφία;

3. Βαθμός και τρόπος αξιοποίησης των ΤΠΕ

Ο τρίτος άξονας αξιολόγησης αφορά τον βαθμό στον οποίο οι ΤΠΕ αξιοποιούνται στην υλοποίηση της δραστηριότητας

Ειδικότερα:

- Αν με την εφαρμογή της δραστηριότητας στην τάξη εκτιμάται ότι αναδεικνύεται η προστιθέμενη αξία τους;
- Ποιο είναι το είδος της δραστηριότητας; Δραστηριότητα διερεύνησης, ανακάλυψης, επίδειξης ή εξάσκησης;
- Τι είδους λογισμικό χρησιμοποιήθηκε; Λογισμικό Δυναμικής Γεωμετρίας, Αλγεβρικής Επεξεργασίας, Προγραμματισμού – Logo –like ή άλλο ;

4. Αξιολόγηση της ποιότητας του ψηφιακού υλικού

Ο τέταρτος άξονας συμπεριλαμβάνει την αξιολόγηση της ποιότητας του ψηφιακού υλικού καθώς και του γεγονότος αυτού καθεαυτού της ύπαρξης ή μη του ψηφιακού υλικού.

Ειδικότερα:

- Καταρχήν **υπάρχει το ψηφιακό αρχείο** που περιέχει το υλικό που αναπτύχθηκε με τη βοήθεια του λογισμικού που επιλέχθηκε στην κάθε δραστηριότητα;
- **Είναι επαρκές το ψηφιακό υλικό** ώστε να καλύψει του στόχους που τίθενται στο σενάριο και την ύλη που αναφέρεται στο Αναλυτικό Πρόγραμμα Σπουδών του Υπουργείου;
- **Το ψηφιακό υλικό είναι άρτιο**; Δηλαδή εμφανίζονται όλα τα αντικείμενα, λειτουργούν κανονικά όλες οι εφαρμογές ώστε να υποστηρίξουν τη δραστηριότητα ή είναι ελλιπές;

5. Αξιολόγηση της ποιότητας και της πληρότητας του υλικού τεκμηρίωσης

Στη συνέχεια αξιολογούνται η ποιότητα και η πληρότητα του υλικού τεκμηρίωσης στο βαθμό που αυτό συμπεριλαμβάνεται στη δραστηριότητα.

Με τον όρο υλικό τεκμηρίωσης αναφερόμαστε στα εξής:

- Σενάριο στα πλαίσια του οποίου υλοποιείται η δραστηριότητα.
- Φύλλο(α) εργασίας.
- Εγχειρίδιο χρήσης του λογισμικού και οδηγίες για την υλοποίηση της δραστηριότητας για το μαθητή και πιθανή βοήθεια, όπου αυτή κριθεί απαραίτητη από το μαθητή.
- Οδηγίες χρήσης του λογισμικού και διδακτικές οδηγίες για τον εκπαιδευτικό που θα επιλέξει να υλοποιήσει τη δραστηριότητα στην τάξη του.

6. Σχέδια αξιολόγησης

Σε αυτό τον άξονα ερευνάται η ύπαρξη σχεδίου αξιολόγησης του μαθητή είτε αυτόματα μέσω της δραστηριότητας, είτε με τη μορφή ενός φύλλου αξιολόγησης που θα μοιράσει ο δάσκαλος. Ελέγχουμε επίσης αν υπάρχει πρόβλεψη ή ακόμα και υλοποίηση μιας αξιολόγησης της δραστηριότητας ύστερα από την υλοποίησή της στην σχολική αίθουσα. Διερευνούμε δηλαδή την ύπαρξη και ποιότητα ενός:

- Σχεδίου αξιολόγησης του μαθητή.
- Σχέδιο αξιολόγησης της δραστηριότητας μετά την υλοποίησή της στην τάξη και δυνατότητα ανατροφοδότησης του σεναρίου ώστε να γίνει αποτελεσματικότερο ως προς τους στόχους που έχει θέσει.

7. Διαθεματικότητα και διεπιστημονικότητα

Ο τελευταίος άξονας αξιολόγησης είναι ο έλεγχος της διαθεματικότητας και διεπιστημονικότητας του περιεχομένου της δραστηριότητας. Θα αξιολογήσουμε επομένως:

- Αν η δραστηριότητα εμπλέκει μία ή περισσότερες μαθηματικές ενότητες.

- Αν η δραστηριότητα δίνει τη δυνατότητα στο μαθητή να ανακαλύψει την προσέγγιση της διδασκόμενης ύλης μέσα από το πρίσμα διαφορετικών επιστημών (π.χ. φυσικής).

4.2 Τα αποτελέσματα της αξιολόγησης

4.2.1 Κατάλογος των αναρτημένων δραστηριοτήτων

Χαρακτηριστικά των αναρτημένων δραστηριοτήτων

Παρακάτω θα παρουσιάσουμε τα βασικά χαρακτηριστικά των αναρτήσεων. Θα αναφερθούμε δηλαδή στα εξής: Τον συγγραφέα, τον τίτλο, τη διδακτική ενότητα και την τάξη την οποία αφορά καθώς και την προβλεπόμενη διάρκεια του εκπαιδευτικού σεναρίου και το/τα λογισμικό/ά που θα χρησιμοποιηθεί/ούν.

1. **Τίτλος:** «Σχεδιασμός εκπαιδευτικού σεναρίου με το λογισμικό GCompris»

Συγγραφείς: Διανέλλου Παναγιώτα και Δουλδούρη Πασχαλίνα

Τάξη: Α΄ Δημοτικού

Ενότητα: Επαναληπτικό μάθημα στην ενότητα 5 "Οι αριθμοί μέχρι το 50, Μονάδες και Δεκάδες"

Προβλεπόμενη διάρκεια: 1 διδακτική ώρα

Λογισμικό: G Compris

2. **Τίτλος:** «Γεωμετρικά Σχήματα»

Συγγραφέας: Γρηγόρης Αντωνάκης

Τάξη: Α΄ και Β΄ Δημοτικού

Ενότητα: 40, Γεωμετρικά Σχήματα

Προβλεπόμενη διάρκεια: 6 διδακτικές ώρες

Λογισμικά: «Παίζω και μετρώ με τα σχήματα», λογισμικό του Υπουργείου Παιδείας που αναφέρεται στη Γεωμετρία για την Α΄ και Β΄ Τάξη, το «Tuxpaint», το «Revelation Natural Art», το «Tabletop Junior», το «Microsoft Word» και ένα

λογισμικό με puzzle γεωμετρικών σχημάτων.

3. Τίτλος: «Γεωμετρικά Σχήματα»

Συγγραφέας: Κουρτίδου Σουμέλα

Τάξη: Α΄ Δημοτικού

Ενότητα: 40, Γεωμετρικά Σχήματα

Προβλεπόμενη διάρκεια: 3 διδακτικές ώρες

Λογισμικά: «Μαθηματικά Α΄ - Β΄» του Π.Ι., Tuxpaint.

4. Τίτλος: Πολλαπλασιασμός – Διαίρεση

Συγγραφέας: Ντάνου Θεοδώρα

Τάξη: Β΄ Δημοτικού

Ενότητα: 30, Μοιράζομαι δίκαια με τους φίλους μου

Προβλεπόμενη διάρκεια: 1 διδακτική ώρα

Λογισμικό: «Μαθηματικά Α΄ και Β΄ Δημοτικού», Π.Ι.

5 Τίτλος: Πρόσθεση διψήφιων αριθμών με κρατούμενο

Συγγραφείς: Καλημέρη Ουρανία, Πετρόπουλος Θεόδωρος

Τάξη: Β΄ Δημοτικού

Ενότητα: 34, Υπολογίζω ένα αποτέλεσμα κάνοντας πρόσθεση με κρατούμενο

Προβλεπόμενη διάρκεια: 3 διδακτικές ώρες

Λογισμικά: «Μαθηματικά Α΄ - Β΄ Δημοτικού», Ο καπετάν Μπουρμπουλήθρας, Tux Math

6. Τίτλος: Διαβάζοντας την ώρα

Συγγραφέας: Σταυλιώτη Γεωργία

Τάξη: Β΄ Δημοτικού

Ενότητα: 47, Διαβάζω το ρολόι: Η ώρα «ακριβώς» και 48, Διαβάζω το ρολόι: Η ώρα «και μισή».

Προβλεπόμενη διάρκεια: 4 διδακτικές ώρες

Λογισμικό: «Μαθηματικά Α΄ - Β΄ Δημοτικού του Π.Ι., Tux Paint και Φυλλομετρητή

7. Τίτλος: Τα μοτίβα στη ζωή μας, στη λαϊκή μας παράδοση

Συγγραφέας: Μηκέ Παναγιώτα

Τάξη: Β΄ Δημοτικού

Ενότητα: 16, Γνωρίζω καλύτερα τα γεωμετρικά μοτίβα

Προβλεπόμενη διάρκεια: 5 διδακτικές ώρες

Λογισμικό: Revelation Natural Art

8. **Τίτλος:** Τα κλάσματα

Συγγραφέας: Σαλονικίδης Ιωάννης

Τάξη: Γ΄ (- Δ΄) Δημοτικού

Ενότητα: 22 – 25, Τα κλάσματα, Οι κλασματικές μονάδες, Ισοδύναμα κλάσματα

Προβλεπόμενη διάρκεια: 9 διδακτικές ώρες

Λογισμικό: Φυλλομετρητής

9. **Τίτλος:** Σενάριο Γεωμετρίας

Συγγραφέας: Σβώλης Κωνσταντίνος

Τάξη: Δ΄ Δημοτικού

Ενότητα: Επανάληψη ενοτήτων 27 – 34, Παράλληλες - τεμνόμενες – κάθετες ευθείες, Εμβαδό, Περίμετρος επίπεδου σχήματος, Συμμετρικά Σχήματα

Προβλεπόμενη διάρκεια: 6 διδακτικές ώρες

Λογισμικό: The Geometer's Sketchpad

10. **Τίτλος:** Συμμετρικό σημείου, ευθυγράμμου τμήματος και ορθογωνίου παραλληλογράμμου ως προς οριζόντιο άξονα

Συγγραφέας: Σβώλης Κωνσταντίνος

Τάξη: Δ΄ Δημοτικού

Ενότητα: 33, Υπολογίζω Περιμέτρους και Εμβαδά, 34, Επεξεργάζομαι συμμετρικά σχήματα

Προβλεπόμενη διάρκεια: 1 διδακτική ώρα

Λογισμικό: Revelation Natural Art – νεανικό

11. **Τίτλος:** Κατασκευή τετραγώνου και ορθογωνίου παραλληλογράμμου

Συγγραφέας: Σβώλης Κωνσταντίνος

Τάξη: Δ΄ Δημοτικού

Ενότητα: 32, Μαθαίνω για τα παραλληλόγραμμα

Προβλεπόμενη διάρκεια: 1 διδακτική ώρα

Λογισμικό: Logo

12. **Τίτλος:** Λύση προβλήματος με ραβδογράμματα

Συγγραφέας: Σβώλης Κωνσταντίνος

Τάξη: Δ΄ Δημοτικού

Ενότητα: 39, Στατιστικά στοιχεία για μαθητές Δημοτικού

Προβλεπόμενη διάρκεια: 2 διδακτικές ώρες

Λογισμικό: Microsoft Excel

13. **Τίτλος:** Το ψυγείο μου

Συγγραφέας: Κουτσούκου Μαρία

Τάξη: Δ΄ Δημοτικού

Ενότητα: 46, Διατυπώνω και επιλύω προβλήματα

Προβλεπόμενη διάρκεια: 7 διδακτικές ώρες

Λογισμικά: Revelation Natural Art, Excel, Word, Inspiration, Λογισμικό του Π. Ι.,
Φυλλομετρητής

14. **Τίτλος:** Σημαίες και Κλάσματα

Συγγραφέας: Σαλονικίδης Ιωάννης

Τάξη: Ε΄ Δημοτικού

Ενότητα: Κλάσματα

Προβλεπόμενη διάρκεια: δεν αναφέρεται

Λογισμικό: Φυλλομετρητής

15. **Τίτλος:** Εφαρμογή των Η/Υ στη μαθηματική εκπαίδευση στο επίπεδο του
Δημοτικού Σχολείου: Η χρήση της γλώσσας LOGO στη δόμηση της έννοιας της
Μεταβλητής

Συγγραφέας: Λαζαρίδης Ιωάννης

Τάξη: Ε΄ - ΣΤ΄ Δημοτικού

Ενότητα: 54, Προβλήματα Γεωμετρίας για την Ε΄ Τάξη και 25, Η έννοια της
μεταβλητής για την ΣΤ΄ Τάξη

Προβλεπόμενη διάρκεια: 5 – 6 διδακτικές ώρες

Λογισμικό: Logo

16. Τίτλος: Σενάριο διδασκαλίας στα μαθηματικά

Συγγραφέας: Χασάν Ιδρίς, Μπουλμπούλ Μεχμέτ, Μπαμπούσκα Βουνιαμίν **Τάξη:** Ε΄ Δημοτικού

Ενότητα: 42, Είδη τριγώνων ως προς τις γωνίες και 43, Είδη τριγώνων ως προς τις πλευρές.

Προβλεπόμενη διάρκεια: 6 διδακτικές ώρες

Λογισμικά: Microsoft PowerPoint, The Geometer's Sketchpad, Internet Explorer

17. Τίτλος: Τρίγωνα – Είδη τριγώνων ως προς τις γωνίες και τις πλευρές – Ύψη τριγώνου

Συγγραφέας: Κούτση Κανέλλα

Τάξη: Ε΄ Δημοτικού

Ενότητα: 42, Είδη τριγώνων ως προς τις γωνίες, 43, Είδη τριγώνων ως προς τις πλευρές και 44: Καθετότητα - Ύψη τριγώνου

Προβλεπόμενη διάρκεια: 6 διδακτικές ώρες

Λογισμικά: Inspiration, Microsoft Word, The Geometer's Sketchpad

18. Τίτλος: Εύρεση του αθροίσματος των γωνιών ενός τριγώνου

Συγγραφέας: Δαβλάντης Ιωάννης

Τάξη: Ε΄ Δημοτικού

Ενότητα: 42, Είδη τριγώνων ως προς τις γωνίες

Προβλεπόμενη διάρκεια: 2 διδακτικές ώρες

Λογισμικό: The Geometer's Sketchpad

19. Τίτλος: Περίμετρος γεωμετρικών σχημάτων

Συγγραφέας: Τσίλομήτρος Απόστολος, Γκαλμπένης Κων/νος, Χαλβαντζή Ευθυμία

Τάξη: Ε΄ Δημοτικού

Ενότητα: 24, Γεωμετρικά σχήματα - Περίμετρος

Προβλεπόμενη διάρκεια: 2 διδακτικές ώρες

Λογισμικό: The Geometer's Sketchpad

20. **Τίτλος:** Σκισάροντας με παραλληλόγραμμα

Συγγραφέας: Εργαστήριο Εκπαιδευτικής Τεχνολογίας

Τάξη: Ε΄ Δημοτικού

Ενότητα: 24, Γεωμετρικά σχήματα - Περίμετρος, 25, Η έννοια της μεταβλητής

Προβλεπόμενη διάρκεια: 8 – 14 ώρες

Λογισμικό: Χελωνόκοσμος

21. **Τίτλος:** Ορθόκεντρο

Συγγραφέας: Μιχάλης Αργύρης

Τάξη: Ε΄ Δημοτικού

Ενότητα: 44, Καθετότητα - Ύψη τριγώνου

Προβλεπόμενη διάρκεια: 15΄

Λογισμικό: The Geometer's Sketchpad

22. **Τίτλος:** Ύψη τριγώνων

Συγγραφέας: Μιχάλης Αργύρης

Τάξη: Ε΄ Δημοτικού

Ενότητα: 44, Καθετότητα - Ύψη τριγώνου

Προβλεπόμενη διάρκεια: 30΄/δραστηριότητα

Λογισμικό: Dr Geo

23. **Τίτλος:** Ερευνώ και Εκτιμώ

Συγγραφέας: Μιχάλης Αργύρης

Τάξη: Ε΄ - ΣΤ΄ Δημοτικού

Ενότητα: 21, Στατιστική - Μέσος Όρος, 45, Απεικονίζω δεδομένα με ραβδόγραμμα ή εικονόγραμμα και 46, Ταξινομώ δεδομένα - Εξάγω Συμπεράσματα

Προβλεπόμενη διάρκεια: 6 – 9 διδακτικές ώρες

Λογισμικό: Tabletop

24. **Τίτλος:** Ερευνώ – Εκτιμώ – Αβάκιο

Συγγραφέας: Μιχάλης Αργύρης

Τάξη: Ε΄ Δημοτικού

Ενότητα: 21, Στατιστική - Μέσος Όρος, 45, Απεικονίζω δεδομένα με ραβδόγραμμα

ή εικονόγραμμα και 46, Ταξινομώ δεδομένα - Εξάγω Συμπεράσματα

Προβλεπόμενη διάρκεια: 6 – 9 διδακτικές ώρες

Λογισμικό: Αβάκιο

25. **Τίτλος:** Ψηλότερος – Ταχύτερος;

Συγγραφέας: Μιχάλης Αργύρης

Τάξη: Ε΄ Δημοτικού

Ενότητα: 21, Στατιστική - Μέσος Όρος, 45, Απεικονίζω δεδομένα με ραβδόγραμμα

ή εικονόγραμμα και 46, Ταξινομώ δεδομένα - Εξάγω Συμπεράσματα

Προβλεπόμενη διάρκεια: 5 – 6 διδακτικές ώρες

Λογισμικό: Αβάκιο – Ταξινομούμε ή Tabletop

26. **Τίτλος:** Κατανάλωση νερού

Συγγραφέας: Μιχάλης Αργύρης

Τάξη: Ε΄ Δημοτικού

Ενότητα: 21, Στατιστική - Μέσος Όρος, 45, Απεικονίζω δεδομένα με ραβδόγραμμα

ή εικονόγραμμα και 46, Ταξινομώ δεδομένα - Εξάγω Συμπεράσματα

Προβλεπόμενη διάρκεια: 5 – 6 διδακτικές ώρες

Λογισμικό: Microsoft Excel

27. **Τίτλος:** Ο δημοτικός κινηματογράφος

Συγγραφέας: Παπανδρέου Χρήστος

Τάξη: Ε΄ Δημοτικού

Ενότητα: 21, Στατιστική - Μέσος Όρος

Προβλεπόμενη διάρκεια: 4 διδακτικές ώρες

Λογισμικό: Τα παιδιά κάνουν Μαθηματικά, Ε΄ - Στ΄ Τάξη του Π.Ι.

28. **Τίτλος:** Ισοδύναμα Κλάσματα

Συγγραφέας: Γώγος Κωνσταντίνος

Τάξη: Στ΄ Δημοτικού

Ενότητα: 21, Ισοδύναμα Κλάσματα

Προβλεπόμενη διάρκεια: 1 διδακτική ώρα

Λογισμικό: Τα παιδιά κάνουν Μαθηματικά, Ε΄ - Στ΄ Τάξη του Π.Ι.

29. **Τίτλος:** Λόγοι και Αναλογίες

Συγγραφέας: Αργύρης Μιχάλης

Τάξη: Στ' Δημοτικού

Ενότητα: 30, Λόγος δύο μεγεθών, 31, Από τους λόγους στις αναλογίες, 32, Αναλογίες

Προβλεπόμενη διάρκεια: 3 – 5 διδακτικές ώρες

Λογισμικό: Microworlds Pro

30. **Τίτλος:** Το πάρτι

Συγγραφέας: Εργαστήριο Εκπαιδευτικής Τεχνολογίας

Τάξη: Στ' Δημοτικού

Ενότητα: 45, Απεικονίζω δεδομένα με ραβδόγραμμα ή εικονόγραμμα, και 46, Ταξινομώ δεδομένα - Εξάγω Συμπεράσματα

Προβλεπόμενη διάρκεια: 10 – 11 διδακτικές ώρες

Λογισμικό: Χελωνόκοσμος - Ταξινομούμε

31. **Τίτλος:** Τα αγαπημένα μας προγράμματα στην τηλεόραση

Συγγραφέας: Πέτρου Κωνσταντίνος

Τάξη: Στ' Δημοτικού

Ενότητα: 45, Απεικονίζω δεδομένα με ραβδόγραμμα ή εικονόγραμμα, και 46, Ταξινομώ δεδομένα - Εξάγω Συμπεράσματα

Προβλεπόμενη διάρκεια: 5 – 7 διδακτικές ώρες

Λογισμικό: Tabletop Junior

32. **Τίτλος:** Τα ποσοστά

Συγγραφέας: Κωστούλα Ιωάννα

Τάξη: Στ' Δημοτικού

Ενότητα: 45, Απεικονίζω δεδομένα με ραβδόγραμμα ή εικονόγραμμα, και 46, Ταξινομώ δεδομένα - Εξάγω Συμπεράσματα

Προβλεπόμενη διάρκεια: 3 διδακτικές ώρες

Λογισμικό: Microsoft Excel

33. **Τίτλος:** Ναρκοπέδιο

Συγγραφέας: Αργύρης Μιχάλης

Τάξη: Στ' Δημοτικού, Α' Γυμνασίου

Ενότητα: 60, Αξονική συμμετρία

Προβλεπόμενη διάρκεια: 3 – 4 διδακτικές ώρες

Λογισμικό: Αβάκιο – Ναρκοπέδιο (Σύνθεση ψηφίδων)

34. **Τίτλος:** Τα τρίγωνα

Συγγραφείς: Τετόρος Γιάννης, Χαριτάκης Φώτης

Τάξη: Ε' - Στ' Δημοτικού

Ενότητα: 42, Είδη τριγώνων ως προς τις γωνίες, 43, Είδη τριγώνων ως προς τις πλευρές και 44, Καθετότητα - Ύψη τριγώνου, 56, Γεωμετρικά σχήματα - Πολύγωνα

Προβλεπόμενη διάρκεια: 6 διδακτικές ώρες

Λογισμικά: Microsoft PowerPoint, Hot Potatoes, Kindspiration, The Geometer's Sketchpad, φυλλομετρητής

35. **Τίτλος:** Σχεδιάζω γωνίες

Συγγραφέας: Μπούργος Ιωάννης

Τάξη: Στ' Δημοτικού

Ενότητα: 58, Σχεδιάζω γωνίες

Προβλεπόμενη διάρκεια: 3 – 4 διδακτικές ώρες

Λογισμικά: The Geometer's Sketchpad

36. **Τίτλος:** Ιδιότητες παραλληλογράμμων

Συγγραφέας: Αργύρης Μιχάλης

Τάξη: Ε' - Στ' Δημοτικού, Α' Γυμνασίου

Ενότητα: 24, Γεωμετρικά σχήματα – Περίμετρος και 56, Γεωμετρικά σχήματα - Πολύγωνα

Προβλεπόμενη διάρκεια: 2 διδακτικές ώρες

Λογισμικό: Dr Geo

Οι αναρτήσεις στην ιστοσελίδα της ifigeneia.cti.gr παρουσίαζαν κάποια κοινά χαρακτηριστικά, εμφάνιζαν ελλείψεις ή επιδέχονται κάποιες βελτιώσεις. Έτσι λοιπόν κρίθηκε αναγκαίο η αξιολόγηση να γίνει είτε με τη βοήθεια βαθμολόγησης, σε όσα από τα ερωτήματα επιδέχονται αυτού του είδους προσδιορισμό, είτε με τον ποιοτικό προσδιορισμό των χαρακτηριστικών που δεν δύναται να βαθμολογηθούν με βάση κάποια αριθμητική κλίμακα.

4.2.2 Πρώτη ανάλυση των αποτελεσμάτων της αξιολόγησης

1. Ποιες τάξεις αφορούν οι αναρτημένες δραστηριότητες

Ο μεγαλύτερος όγκος των μαθηματικών δραστηριοτήτων εμφανίζεται στην Ε' και ΣΤ' Δημοτικού, ενώ για την Γ' Δημοτικού βρέθηκε μία μόνο καταχώρηση μαθηματικής δραστηριότητας. Επιπλέον κάποιες δραστηριότητες είναι καταχωρημένες περισσότερες από μία φορές, είτε σε διαφορετική θεματική ενότητα της ίδιας τάξης, είτε σε διαφορετικές τάξεις. Αυτό συνέβη διότι οι συγκεκριμένες δραστηριότητες είναι κατασκευασμένες υλοποιώντας τη διαθεματική προσέγγιση για τη διδασκόμενη έννοια. Οι περισσότερες καταχωρήσεις περιλάμβαναν μόνο το σενάριο διδασκαλίας και όχι το ψηφιακό υλικό της εκάστοτε δραστηριότητας. Φύλλα εργασίας συμπεριλαμβάνονταν σε σχεδόν όλα τα σενάρια διδασκαλίας, ενώ οι περισσότερες δραστηριότητες ήταν δραστηριότητες που αφορούσαν τη γνωστική περιοχή της Γεωμετρίας. Πιο συγκεκριμένα, για κάθε τάξη βρήκαμε:

Για την Α' Δημοτικού : Έχουν καταχωρηθεί τρεις δραστηριότητες. Η πρώτη αφορά τις Πράξεις μεταξύ αριθμών (Αριθμητική) και οι άλλες δύο αφορούν τη γνωστική περιοχή της Γεωμετρίας.

Για την Β' Τάξη του Δημοτικού: Συνολικά τέσσερις δραστηριότητες. Έχουν καταχωρηθεί δύο δραστηριότητες στην ενότητα Αριθμοί και Πράξεις, μία δραστηριότητα στις Μετρήσεις και μία δραστηριότητα με θέμα τα Μοτίβα.

Για την Γ' Τάξη του Δημοτικού Σχολείου: Αξιοσημείωτο γεγονός αποτελεί η διαπίστωση ότι για την Γ' Τάξη του Δημοτικού Σχολείου υπάρχει μία μόνο

δραστηριότητα μαθηματικού περιεχομένου, για τα κλάσματα, τις κλασματικές μονάδες και τα ισοδύναμα κλάσματα.

Για την Δ΄ Τάξη: Έχουν καταχωρηθεί έξι δραστηριότητες συνολικά. Τρεις δραστηριότητες Γεωμετρίας, μία δραστηριότητα Στατιστικής, μία δραστηριότητα για τα κλάσματα και μία δραστηριότητα με Προβλήματα μέσα από την καθημερινή ζωή, με σκοπό να μάθουν οι μαθητές να χρησιμοποιούν τα νομίσματα, τις μονάδες μάζας και όγκου, και να εκτελούν πράξεις και συγκρίσεις με δεκαδικούς αριθμούς.

Για την Ε΄ Τάξη του Δημοτικού Σχολείου: Έχουν αναρτηθεί 13 δραστηριότητες συνολικά. Ειδικότερα αξιολογήθηκαν οκτώ δραστηριότητες Γεωμετρίας και πέντε δραστηριότητες της θεματικής ενότητας Στατιστικής.

Για την τελευταία τάξη του Δημοτικού Σχολείου: Έχουν αναρτηθεί εννιά δραστηριότητες, δύο δραστηριότητες Κλασμάτων, τρεις δραστηριότητες Στατιστικής, μία δραστηριότητα για τις Μετρήσεις και τέσσερις δραστηριότητες Γεωμετρίας.

Σε αυτό το σημείο θα θέλαμε να σημειώσουμε πως με τον όρο «δραστηριότητα» που χρησιμοποιούμε στις προηγούμενες παραγράφους εννοούμε τις αναρτήσεις στην ιστοσελίδα. Η διευκρίνιση αυτή έχει αξία διότι κάθε ανάρτηση δεν αποτελείται αποκλειστικά από μία δραστηριότητα αλλά μπορεί να περιέχει και περισσότερες.

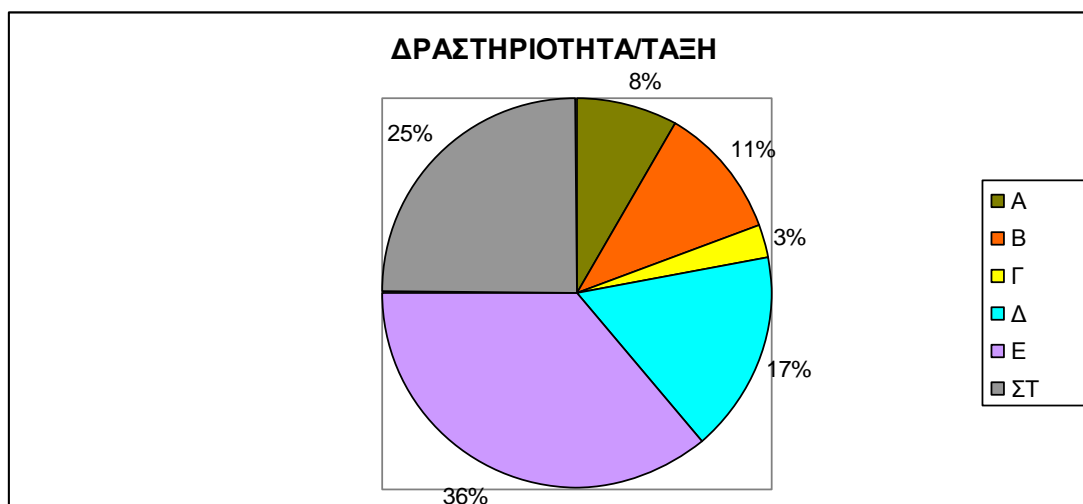
2. Ποια λογισμικά χρησιμοποιούνται περισσότερο και ποιες θεματικές περιοχές των Μαθηματικών αφορούν οι δραστηριότητες;

1. Πόσες δραστηριότητες οργανώθηκαν για κάθε τάξη;

ΤΑΞΗ	ΠΛΗΘΟΣ
A	3
B	4
Γ	1
Δ	6
E	13
ΣΤ	9

Οι δραστηριότητες που αναρτήθηκαν ήταν συνολικά 36. Για την Α΄ Δημοτικού αναρτήθηκαν τρεις δραστηριότητες, για την Β΄ Δημοτικού τέσσερις, για την Γ΄

Δημοτικού μία δραστηριότητα. Την διδακτέα ύλη της Δ΄ Δημοτικού κάλυπταν 6 δραστηριότητες, της Ε΄ Δημοτικού 13 δραστηριότητες και τέλος για την τελευταία τάξη του Δημοτικού, την Στ΄, οργανώθηκαν εννιά δραστηριότητες. Κάποιες δραστηριότητες μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τη διδασκαλία της ίδιας θεματικής ενότητας σε παραπάνω από μία τάξεις. Για παράδειγμα, ο εκπαιδευτικός κ. Σαλονικίδης Ιωάννης έχει οργανώσει μια δραστηριότητα με τίτλο «Τα κλάσματα», η οποία είναι καταχωρημένη στην Δ΄ Δημοτικού. Μελετώντας όμως το εκπαιδευτικό σενάριο που έχει συντάξει διαπιστώνουμε ότι η εκπαιδευτική δραστηριότητα που έχει οργανώσει μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη διδασκαλία των κλασμάτων και στην Δ΄ αλλά και στην αντίστοιχη ενότητα της Γ΄ Δημοτικού, όπως χαρακτηριστικά αναφέρεται. Το παρακάτω κυκλικό διάγραμμα παρουσιάζει το ποσοστ των δραστηριοτήτων που έχουν συνταχθεί ανά τάξη.



2. Ποια θεματική περιοχή των Μαθηματικών αφορά κάθε δραστηριότητα;

ΘΕΜΑΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΧΗ	ΠΛΗΘΟΣ
Γεωμετρία	16
Στατιστική	8
Κλάσματα	3
Αριθμητική	4
Ποσοστά	1
Εξισώσεις	1
Μετρήσεις	2
Μοτίβα	1

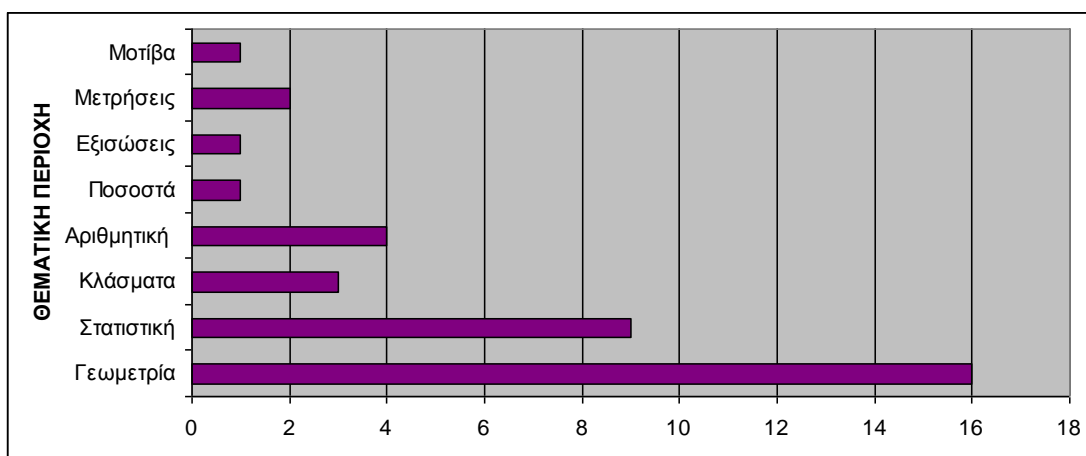
Οι αναρτήσεις στην ιστοσελίδα ifigeneia.cti.gr περιέχουν περισσότερες δραστηριότητες Γεωμετρίας. Σχεδόν οι μισές δραστηριότητες (16) που έχουν αναρτηθεί αφορούν δραστηριότητες της Γεωμετρίας σε διάφορες τάξεις. Είναι φυσικό επόμενο οι περισσότερες δραστηριότητες να αφορούν την Γεωμετρία μιας και η Γεωμετρία αποτελεί δύσκολη περιοχή μελέτης από την πλευρά των μαθητών μα και η Γεωμετρία είναι αυτή η περιοχή των μαθηματικών που δίνει τη δυνατότητα στους μαθητές να διερευνήσουν ένα πρόβλημα, να προβληματιστούν και να υποθέσουν πάνω σε αυτό, να διατυπώσουν εγγράφως τις διαπιστώσεις τους, να την υποστηρίξουν ή να τις τροποποιήσουν αν κάποιος συμμαθητής τους τις καταρρίψει. Επίσης δίνεται η δυνατότητα στους μαθητές να ενεργούν κατά ομάδες, να αναπτύσσουν την τέχνη του διαλόγου, να αυξάνουν την κοινωνικότητά τους, να συνεργάζονται αρμονικά και όχι να ανταγωνίζονται τους συμμαθητές τους.

Ύστερα ακολουθούν οι δραστηριότητες με αντικείμενο τη Στατιστική. Σε πλήθος είναι οι μισές (8) του μεγέθους των δραστηριοτήτων της Γεωμετρίας. Οι δραστηριότητες της Στατιστικής δίνουν τη δυνατότητα στο μαθητή να αυτενεργήσει ή να δουλέψει μέσα σε μια ομάδα, να συλλέξει τα δεδομένα του προβλήματος που καλείται να αντιμετωπίσει, να τα επεξεργαστεί και να διατυπώσει τα δικά του συμπεράσματα. Ύστερα ο διάλογος μέσα στην ομάδα και μεταξύ των ομάδων αυξάνει την κριτική ικανότητα των μαθητών, τους σπλίζει με το θάρρος της γνώμης τους, γνώμη που καλούνται να υπερασπιστούν. Από την άλλη όμως τους μαθαίνει να συνδιαλέγονται, να υποχωρούν και να σέβονται την άποψη των συμμαθητών τους. Οι δραστηριότητες της Στατιστικής επίσης υποχρεώνουν τους μαθητές να οργανώσουν γραφήματα, να κάνουν ποσοστιαίες αναγωγές, να αναπαραστήσουν τα αποτελέσματα των ερευνών τους με πολλούς διαφορετικούς τρόπους.

Ακολουθούν οι δραστηριότητες Αριθμητικής (4) οι οποίες θεωρούμε ότι είναι εξαιρετικά ολιγάριθμες αν σκεφτούμε το εύρος των μαθηματικών εννοιών που ομαδοποιούνται στην ενότητα της Αριθμητικής. Εδώ θα μπορούσαν να είχαν οργανωθεί περισσότερες δραστηριότητες αν σκεφτούμε πόσα καθημερινά προβλήματα λύνονται με τη βοήθεια των τεσσάρων πράξεων. Αυτό ας το σημειώσουμε ως μια έλλειψη.

Ακολουθούν οι δραστηριότητες των κλασμάτων (3), οι οποίες είναι πολύ ενδιαφέρουσες και πρωτότυπες ως προς τον τρόπο που έχουν οργανώσει τη διδασκαλία των κλασμάτων. Κατά πολύ λιγότερες είναι οι δραστηριότητες των Ποσοστών (1), Εξισώσεων (1) και Μοτίβων (1) ενώ 2 είναι οι δραστηριότητες Μετρήσεων.

Παραθέτουμε στη συνέχεια ένα συγκριτικό γράφημα ως προς το πλήθος των δραστηριοτήτων σε κάθε θεματική ενότητα.



3. Ποιο λογισμικό χρησιμοποιείται;

Ο πίνακας και το ραβδόγραμμα που ακολουθεί μας δίνουν μια ομαδοποίηση των λογισμικών που χρησιμοποιούνται για κάθε ανηρημένη δραστηριότητα. Τα ηνία κρατούν με ίσο πλήθος (8 σε αριθμό) δραστηριοτήτων που τα χρησιμοποιούν τα Λογισμικά του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου και το The Geometer's Sketchpad. Η διαπίστωση αυτή κρίνεται απολύτως φυσιολογική μιας και τα Λογισμικά του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την υλοποίηση δραστηριοτήτων διαφορετικών θεματικών ενότητων των Μαθηματικών (Γεωμετρία, Στατιστική, Αριθμητική κ.α.). Επιπλέον το περιβάλλον των Λογισμικών αυτών είναι ελκυστικό για τους μαθητές και κατάλληλα διαμορφωμένο (εμπλουτισμένο με χρώματα και παραστάσεις), ώστε να μην τους κουράζει αλλά αντιθέτως να τους είναι ευχάριστο. Ένας πρόσθετος λόγος είναι και ότι οι εκπαιδευτικοί ακολουθούν τις οδηγίες του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου για την ύλη και την πορεία της διδασκαλίας τους με αποτέλεσμα να επιδεικνύουν εμπιστοσύνη στα εργαλεία που αυτό τους

παρέχει καθώς και ότι η επιμόρφωσή τους σε νέα ψηφιακά εργαλεία συμπεριλαμβάνει και τα συγκεκριμένα λογισμικά.

Εφόσον και οι περισσότερες δραστηριότητες ήταν δραστηριότητες που αναπτύσσονταν στην περιοχή της Γεωμετρίας είναι αναμενόμενο να χρησιμοποιείται το εκπαιδευτικό λογισμικό The Geometer's Sketchpad για την οργάνωσή τους. Το The Geometer's Sketchpad υποστηρίζει επίσης τη διερευνητική πλευρά της πρακτικής της διδασκαλίας, επιτρέποντας στους μαθητές να «παίζουν» με το σχήμα, να παρατηρούν και να διατυπώνουν τις παρατηρήσεις τους. Προάγει λοιπόν τον πειραματισμό και την ενεργό συμμετοχή του μαθητή στη διαδικασία της μάθησης, τροφοδοτεί την περιέργεια των παιδιών και ενισχύει τη θέλησή τους για μάθηση. Όλες αυτές οι δυνατότητες που παρέχει εξηγούν και το γεγονός ότι χρησιμοποιείται για την οργάνωση των περισσότερων δραστηριοτήτων.

Το δεύτερο κατά σειρά προτίμησης λογισμικό που χρησιμοποιήθηκε ήταν ο φυλλομετρητής. Ακριβώς πέντε δραστηριότητες χρησιμοποίησαν το φυλλομετρητή, ένα εργαλείο γενικής χρήσης και όχι ένα εξειδικευμένο εκπαιδευτικό λογισμικό για την υλοποίησή τους. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι ο προγραμματισμός και η οργάνωση διαφορετικών δραστηριοτήτων είναι γενικά εύκολη στο περιβάλλον των φυλλομετρητών για το δάσκαλο. Ένας επιπλέον λόγος είναι ότι οι μαθητές χρησιμοποιούν το internet συχνά στη καθημερινότητά τους ή στη σχολική αίθουσα με αποτέλεσμα να είναι εξοικειωμένοι με το περιβάλλον και τη χρήση των φυλλομετρητών.

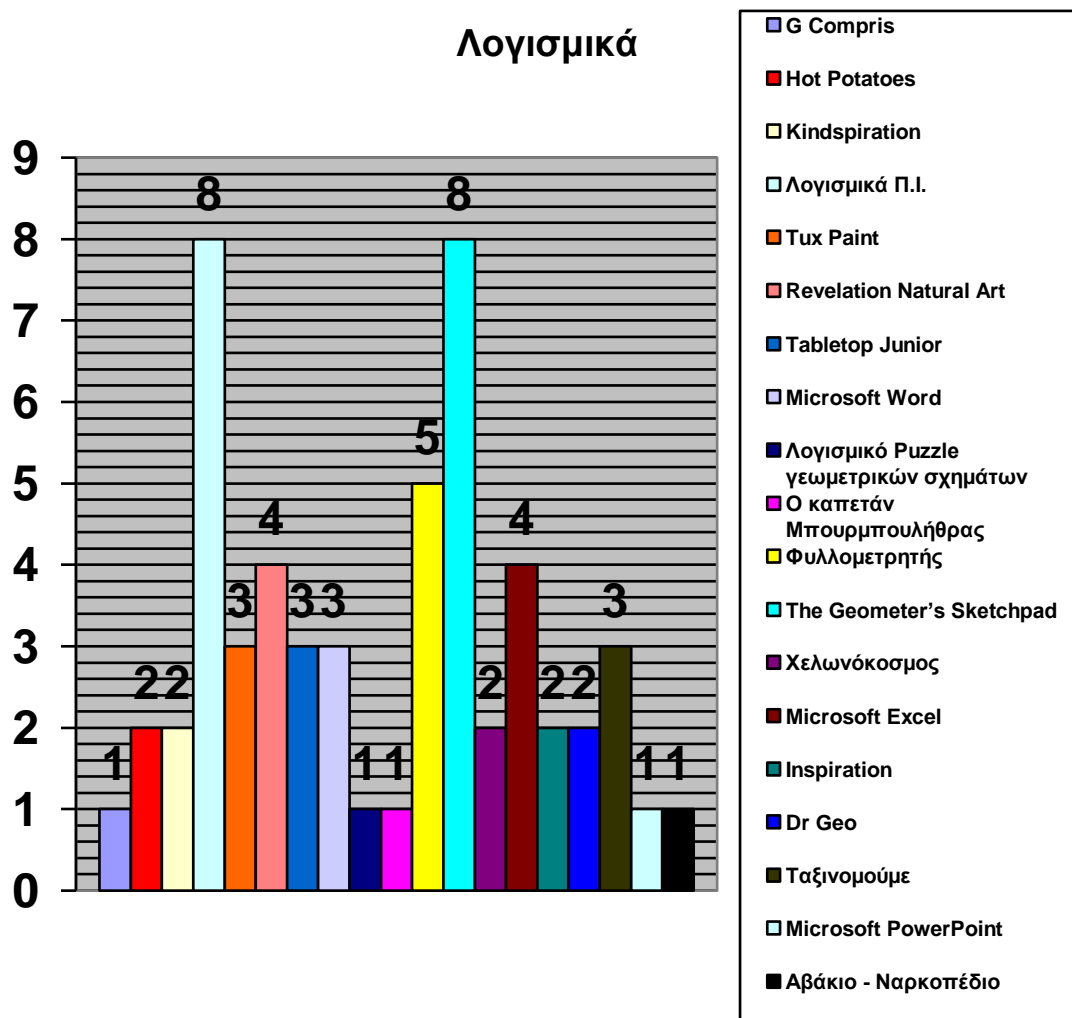
Τέσσερις δραστηριότητες αναπτύχθηκαν στο περιβάλλον Revelation Natural Art και στο Microsoft Excel. Το RNA είναι ένα λογισμικό ζωγραφικής που επιτρέπει ταυτόχρονα στους μαθητές να παίζουν με τα σχήματα (εκτός από τα χρώματα), γεγονός που το καθιστά ελκυστικό στα μάτια των παιδιών. Το επέλεξαν οι εκπαιδευτικοί λοιπόν διότι επιτρέπει την ταυτόχρονη ανάπτυξη της δημιουργικής και της μαθησιακής ικανότητας των παιδιών. Η Στατιστική είναι ο κλάδος των Μαθηματικών που επιτέπει την προβληματική εισαγωγή μιας έννοιας, τη δράση και οργάνωση των μαθητών και την ομαδική συνεργασία. Έτσι υλοποιήθηκαν αρκετές δραστηριότητες που αφορούσαν αυτή την περιοχή των Μαθηματικών. Γι' αυτό και οι

εκπαιδευτικοί επέλεξαν ένα εργαλείο γενικής χρήσης, το Microsoft Excel για την υλοποίηση των δραστηριοτήτων. Το Microsoft Excel είναι ένα εργαλείο που οι περισσότεροι γνωρίζουν πώς να το χρησιμοποιούν και συνήθως χρησιμοποιείται για την επεξεργασία των στατιστικών δεδομένων. Επιπλέον το Microsoft Excel επιτρέπει το συνδυασμό αναπαράστασης των δεδομένων με ποικίλες μορφές (με τη μορφή πίνακα, γραφήματος διαφόρων μορφών, με τη χρήση κάποιων συναρτήσεων) δίνει τη δυνατότητα στο δάσκαλο να οργανώσει τη διδασκαλία της έννοιας που θέλει από διαφορετικές πλευρές και να δώσει μια πολύπλευρη αναπαράσταση της ύλης που θέλει να διδάξει.

Το Tux Paint, το Ταξινομούμε, το Tabletop Junior και το Microsoft Word χρησιμοποιήθηκαν από τρεις δραστηριότητες, ενώ δύο δραστηριότητες υλοποιήθηκαν με τη βοήθεια των: Hot Potatoes, Kindspiration, Dr Geo, Inspiration και Χελωνόκοσμο. Μία και μοναδική δραστηριότητα υλοποιήθηκε με τα λογισμικά G Compris, λογισμικό Puzzle, ο Καπετάν Μπουρμπουλήθρας, Microsoft PowerPoint και Αβάκιο – Ναρκοπέδιο.

Λογισμικό	Δραστηριότητες
G Compris	1
Hot Potatoes	2
Kindspiration	2
Λογισμικά Π.Ι.	8
Tux Paint	3
Revelation Natural Art	4
Tabletop Junior	3
Microsoft Word	3
Λογισμικό Puzzle γεωμετρικών σχημάτων	1
Ο καπετάν Μπουρμπουλήθρας	1
Φυλλομετρητής	5
The Geometer's Sketchpad	8
Χελωνόκοσμος	2
Microsoft Excel	4

Inspiration	2
Dr Geo	2
Ταξινομούμε	3
Microsoft PowerPoint	1
Αβάκιο - Ναρκοπέδιο	1



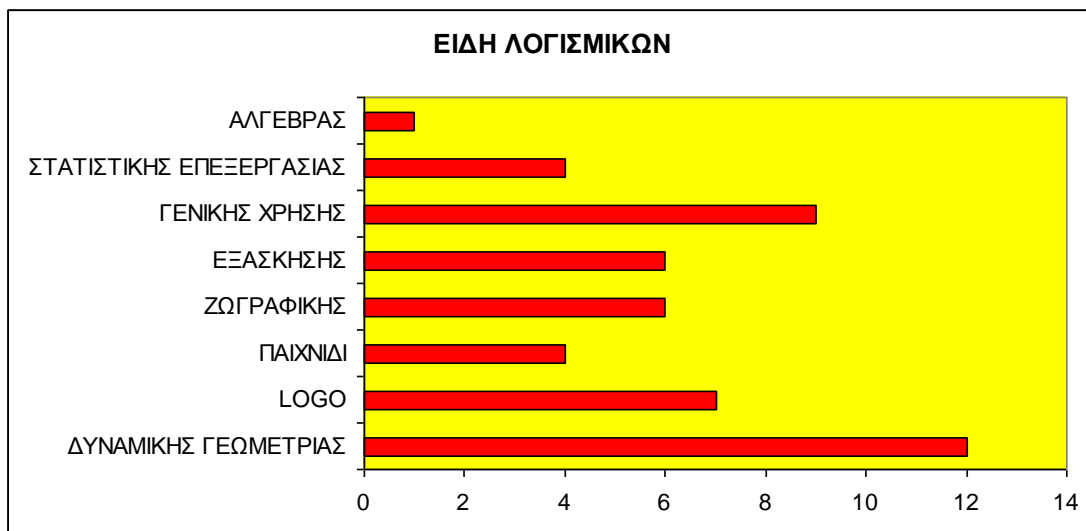
4. Τι είδους λογισμικά χρησιμοποιήθηκαν για την οργάνωση των δραστηριοτήτων;

Οι δάσκαλοι επέλεξαν ένα πλήθος εκπαιδευτικών ή μη λογισμικών για υλοποιήσουν τις μαθηματικές τους δραστηριότητες. Ο παρακάτω πίνακας μαρτυρά πόσες δραστηριότητες χρησιμοποίησαν κάθε ένα από τα είδη λογισμικών.

ΕΙΔΟΣ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟΥ	ΠΛΗΘΟΣ
ΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ	12
LOGO	7
ΠΑΙΧΝΙΔΙ	4
ΖΩΓΡΑΦΙΚΗΣ	6
ΕΞΑΣΚΗΣΗΣ	6
ΓΕΝΙΚΗΣ ΧΡΗΣΗΣ	9
ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ	4
ΑΛΓΕΒΡΑΣ	1

Τα περισσότερα λογισμικά που χρησιμοποιήθηκαν ήταν λογισμικά δυναμικής Γεωμετρίας. Συγκεκριμένα 12 από τις 36 δραστηριότητες χρησιμοποίησαν κάποιο λογισμικό δυναμικής Γεωμετρίας (κυρίως το εκπαιδευτικό λογισμικό The Geometer's Sketchpad). Κατά τρεις λιγότερες ήταν και οι δραστηριότητες που χρησιμοποίησαν λογισμικά γενικής χρήσης δηλαδή λογισμικά συγγραφής, στατιστικής επεξεργασίας, παρουσιάσεων, περιήγησης στο διαδίκτυο (Microsoft Word, Excel, Power Point ή Internet Explorer). Εφτά δραστηριότητες χρησιμοποίησαν Logo ή Logo – like λογισμικό. Έξι δραστηριότητες περιλάμβαναν δραστηριότητες ζωγραφικής και υλοποιούνταν σε περιβάλλον ζωγραφικής και άλλες τόσες χρησιμοποίησαν λογισμικό εξάσκησης. Ίδιο πλήθος δραστηριοτήτων (τέσσερις) υλοποιήθηκαν σε λογισμικό παιχνιδιού τύπου και άλλα τόσα σε λογισμικά στατιστικής επεξεργασίας (τα λογισμικά του Π.Ι. ή το Tabletop). Τέλος μονάχα μία δραστηριότητα οργανώθηκε με τη βοήθεια λογισμικού άλγεβρας του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου.

Στο διάγραμμα που ακολουθεί αναπαρίστανται το είδος των λογισμικών που υλοποιήθηκαν οι δραστηριότητες καθώς και το πλήθος των δραστηριοτήτων σε κάθε είδος.



5. Ποια εργαλεία χρησιμοποιούνται για την υλοποίηση κάθε εκπαιδευτικού σεναρίου;

ΕΡΓΑΛΕΙΑ	ΠΛΗΘΟΣ
Η/Υ	36
ΒΙΝΤΕΟΠΡΟΒΟΛΕΑΣ	9
ΕΚΤΥΠΩΤΗΣ	4
ΜΟΛΥΒΙ	2
ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΑ ΟΡΓΑΝΑ	3
ΠΡΟΠΑΙΔΕΙΑ ΑΠΟ	
ΧΑΡΤΟΝΙ	1
CD PLAYER	1
ΠΙΝΑΚΑΣ	2
ΔΙΑΔΡΑΣΤΙΚΟΣ ΠΙΝΑΚΑΣ	1

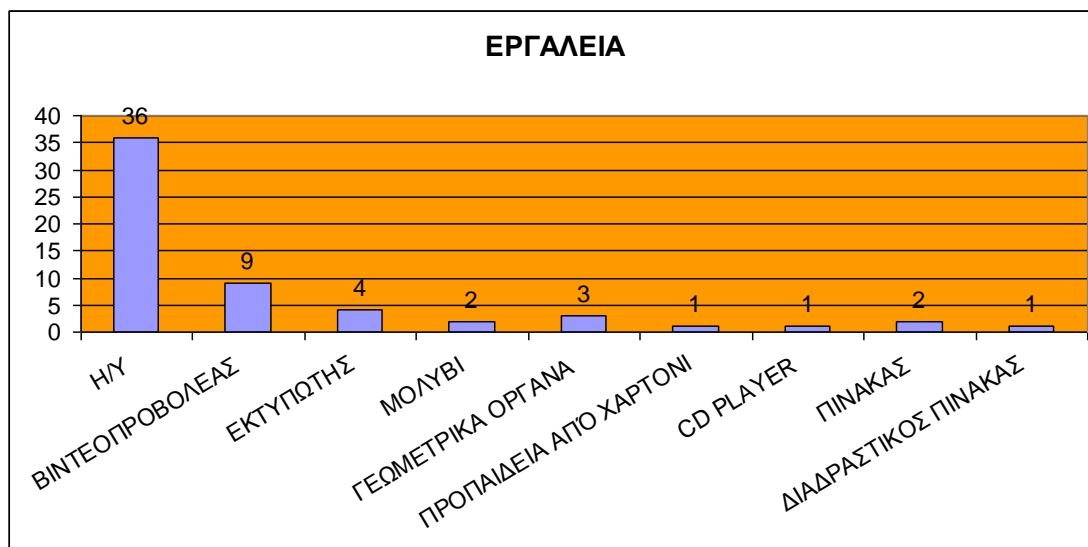
Καταρχήν, όλες οι δραστηριότητες είναι δραστηριότητες που υλοποιούνται με τη βοήθεια ηλεκτρονικού υπολογιστή. Δεν έχει αναρτηθεί καμία δραστηριότητα που να υλοποιείται χωρίς τη βοήθεια κάποιου λογισμικού.

Εννιά δραστηριότητες για να υλοποιηθούν υποβοηθούνται από τη χρήση βιντεοπροβολέα. Ο βιντεοπροβολέας προβλέπεται να χρησιμοποιηθεί κυρίως για την επίδειξη του λογισμικού ή για την παρουσίαση της θεωρίας πάνω στην οποία θα στηριχθεί η δραστηριότητα ή για την παρουσίαση των συμπερασμάτων κάθε ομάδας μαθητών.

Τέσσερις δραστηριότητες απαιτούν εκτυπωτή για να τυπώσουν οι μαθητές τις εργασίες ή τις ζωγραφιές τους ενώ αξιοσημείωτο είναι ότι ο μαυροπίνακας χρειάζεται μόνο σε δύο δραστηριότητες ενώ ο διαδραστικός πίνακας μονάχα σε μία.

Τρεις δραστηριότητες προέβλεπαν τη χρήση γεωμετρικών οργάνων για μέτρηση κάποιων μεγεθών και σύγκριση μεταξύ τους ώστε να εξαχθούν ασφαλή συμπεράσματα.

Το πλήθος των δραστηριοτήτων που χρησιμοποιούν κάθε εργαλείο αναπαρίσταται στο παρακάτω ραβδόγραμμα.



4.3 Βαθμολόγηση των δραστηριοτήτων

Παρακάτω αναφέρεται η αξιολόγηση των δραστηριοτήτων ως προς τα χαρακτηριστικά τους που είναι δυνατόν να βαθμολογηθούν με βάση τους άξονες που τέθηκαν από το πλαίσιο αξιολόγησης. Η κλίμακα που θα χρησιμοποιήσουμε έχει εύρος 10 μονάδες ώστε να υπάρχουν περισσότερες επιλογές στην αξιολόγηση. Ο παρακάτω πίνακας παρουσιάζει τη λεκτική αποκωδικοποίηση της βαθμολογημένης κλίμακας που θα χρησιμοποιηθεί.

Κάτω από 5 :	Ανεπαρκής , ακατάλληλη για χρήση σε διδακτική εφαρμογή στην τάξη
6	Οριακά επαρκής αλλά με ελλείψεις ή αστοχίες
7	Αρκετά καλή εργασία που όμως επιδέχεται βελτίωση ή συμπλήρωση. Σε κάθε περίπτωση επαρκής για αξιοποίηση στην τάξη
8 -9	Πολύ καλές εργασίες
10	Εξαιρετικές εργασίες

Μια ανάρτηση βέβαια δεν ήταν πάντα ισοδύναμη σχετικά με όλα τα πεδία. Θα μπορούσε για παράδειγμα να αξίζει 8 στο σενάριο αλλά το ψηφιακό υλικό να είναι υποτυπώδες και όχι με αρτιότητα κατασκευασμένο ή σε μερικές περιπτώσεις να μην υπάρχει καθόλου. Για αυτό το λόγο κάθε πεδίο βαθμολογήθηκε ξεχωριστά και οι βαθμοί αθροίστηκαν ώστε να δώσουν ένα συνολικό «βαθμό» στην κάθε δραστηριότητα. Το ποιο λογισμικό χρησιμοποιήθηκε, το είδος του και τα είδη των δραστηριοτήτων που σχεδιάστηκαν καταγράφονται επίσης. Στον επισυναπτόμενο πίνακα του Microsoft Excel καταγράφονται και άλλες πληροφορίες σύμφωνα με τους άξονες αξιολόγησης που διατυπώσαμε παραπάνω.

4.3.1 Τα αποτελέσματα της ποσοτικής ανάλυσης

Η βαθμολογία των δραστηριοτήτων ομαδοποιείται στον παρακάτω πίνακα κλάσεων:

ΒΑΘΜΟΛΟΓΙΑ	ΠΛΗΘΟΣ
20-30	1
31-40	10
41-50	5
51-60	4
61-70	10
71-80	3
81-90	3

Παρατηρούμε ότι μία δραστηριότητα βαθμολογήθηκε κάτω από τριάντα, γεγονός που την καθιστά εντελώς ανεπαρκή για την εφαρμογή της στην τάξη. Οι περισσότερες δραστηριότητες βαθμολογήθηκαν με 31-40 ή με 61-70. Οι μεν πρώτες επιδέχονται πολλές βελτιώσεις, ενώ οι τελευταίες κρίνονται αρκετά ικανοποιητικές. Μόνο τρεις δραστηριότητες βαθμολογήθηκαν με 81-90 γεγονός που τις καθιστά πολύ καλές.

Όλες οι δραστηριότητες όμως επιδέχονται βελτίωση σε έναν ή περισσότερους άξονες αξιολόγησης. Καμία δραστηριότητα από τις αξιολογούμενες δεν κρίθηκε άριστη σε όλους τους άξονες. Μπορεί κάποια δραστηριότητα να κρίθηκε με άριστο βαθμό σε κάποιο άξονα, σε κάποιον άλλο όμως μπορεί να κρίθηκε εντελώς ανεπαρκής.



Επιμέρους αξιολόγηση

1. Πληρότητα της δραστηριότητας

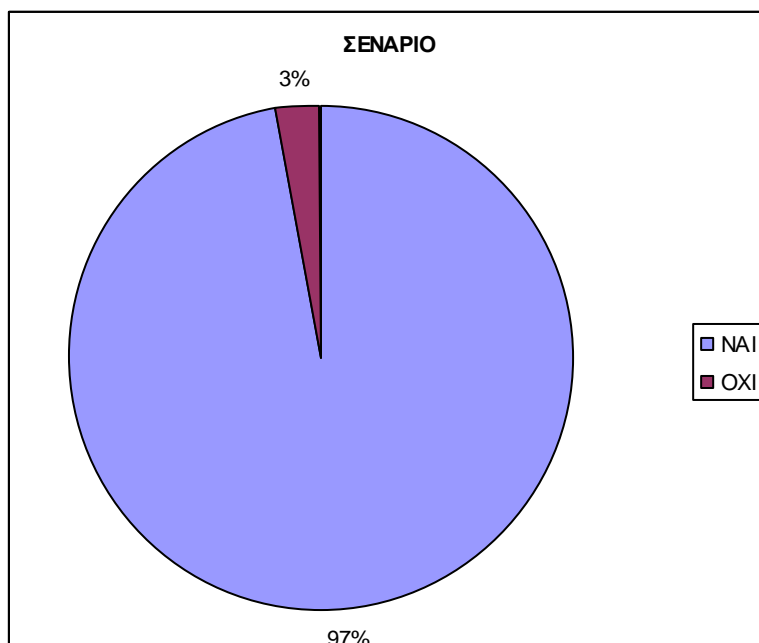
Στο σημείο αυτό θα αναπτύξουμε την αξιολόγηση των εκπαιδευτικών δραστηριοτήτων ως προς τον πρώτο άξονα, δηλαδή ως προς την πληρότητα των ανηρτημένων δραστηριοτήτων.

- Οι εκπαιδευτικές δραστηριότητες που αξιολογήσαμε διαθέτουν όλες σενάριο σύμφωνα με το οποίο υλοποιούνται στη τάξη. Μονάχα μία δεν διαθέτει σενάριο (τουλάχιστον αυτό δεν είναι ανηρτημένο στην ιστοσελίδα), όπως φαίνεται και από τον πίνακα που ακολουθεί.

ΣΕΝΑΡΙΟ	ΠΛΗΘΟΣ
ΝΑΙ	35
ΟΧΙ	1

Το σενάριο είναι σημαντικό για την υλοποίηση μιας δραστηριότητας στην τάξη. Στο σενάριο αναφέρονται οι διδακτικοί στόχοι, τα μαθησιακά προβλήματα που αντιμετωπίζουν οι μαθητές και αντιμετωπίζονται με τη δραστηριότητα, ο χρόνος που αφιερώνεται στη δραστηριότητα, η οργάνωση της τάξης, οι τάξεις στην οποία απευθύνεται η δραστηριότητα, το κεφάλαιο τη διδασκαλία του οποίου υποστηρίζει η δραστηριότητα και πολλές άλλες πληροφορίες. Όλες αυτές οι πληροφορίες που αναπτύσσονται, ή τουλάχιστον πρέπει να αναπτύσσονται στο σενάριο, πρέπει να δίνονται με λεπτομέρεια ώστε να κατακτώνται πιο εύκολα οι στόχοι που είχαν αρχικά τεθεί. Το να κατασκευάσεις μια μαθηματική δραστηριότητα και να μην ορίσεις το πλαίσιο μέσα στο οποίο αυτή θα αναπτυχθεί κρίνεται απαγορευτικό μιας και θα δημιουργήσει σύγχυση στον εκπαιδευτικό. Μια ανοργάνωτη δραστηριότητα δεν θα υλοποιήσει τους στόχους για τους οποίους έχει κατασκευαστεί και δεν θα συμβάλει στην αποτελεσματικότερη μόρφωση των μαθητών.

Η πίτα που ακολουθεί μας δίνει την στατιστική αναπαράσταση των αποτελεσμάτων της αξιολόγησης ως προς την ύπαρξη του εκπαιδευτικού σεναρίου το οποίο υποστηρίζει τη μαθηματική δραστηριότητα.

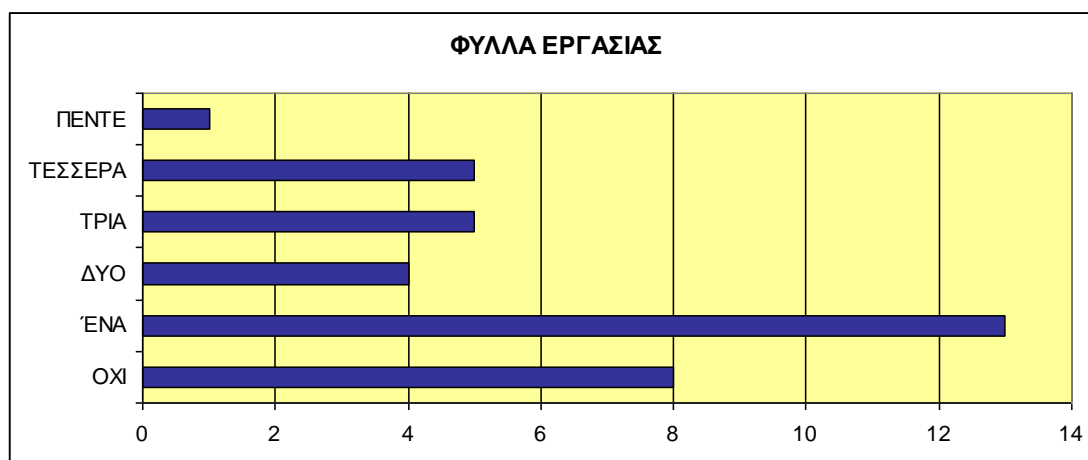


- Εξετάζοντας τις δραστηριότητες ως προς τα φύλλα εργασίας διαπιστώσαμε ότι οκτώ από αυτές δεν χρησιμοποίησαν φύλλα εργασίας. Δεκατρείς χρησιμοποίησαν ένα φύλλο εργασίας, τέσσερις δύο φύλλα, από πέντε δραστηριότητες χρησιμοποίησαν τρία και τέσσερα φύλλα εργασίας και μία δραστηριότητα είχε πέντε φύλλα εργασίας, όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα.

ΦΥΛΛΑ ΕΡΓΑΣΙΑΣ	ΠΛΗΘΟΣ
ΟΧΙ	8
ΕΝΑ	13
ΔΥΟ	4
ΤΡΙΑ	5
ΤΕΣΣΕΡΑ	5
ΠΕΝΤΕ	1

Τα φύλλα εργασίας είναι απαραίτητα σε ένα σενάριο για την εφαρμογή μιας δραστηριότητας γιατί αποτελούν τον οδηγό των μαθητών. Ο εκπαιδευτικός έχει κατασκευάσει τα φύλλα εργασίας για να υποβοηθήσει τους μαθητές του να φτάσουν στους διδακτικούς στόχους που είχε αρχικά θέσει. Έχει οργανώσει τη ροή της διδασκαλίας με τέτοιο τρόπο ώστε να είναι πιο αποτελεσματική και να επιφέρει τα επιθυμητά μαθησιακά αποτελέσματα. Τα φύλλα εργασίας επίσης μπορούν να χρησιμοποιηθούν από το δάσκαλο ως μοχλός αξιολόγησης της πορείας των μαθητών κατά τη διάρκεια της διδακτικής ώρας. Με κατάλληλη επέμβασή του τότε μπορεί να διορθώσει τυχόν λάθη των μαθητών και αστοχίες του εκπαιδευτικού σεναρίου ή της δραστηριότητας. Τα φύλλα εργασίας μπορούν επίσης να χρησιμοποιηθούν από τους μαθητές ως υλικό για την επανάληψη της συγκεκριμένης ενότητας.

Παρακάτω βλέπουμε ένα ραβδόγραμμα που αναπαριστά το πλήθος φύλλων εργασίας ανά δραστηριότητα.



- Τα αρχεία του ψηφιακού υλικού που θα προκύψουν από την υλοποίηση της κάθε εκπαιδευτικής δραστηριότητας δεν υπήρχαν σε όλες τις αναρτήσεις. Μάλιστα, όπως αποδεικνύεται και από τον πίνακα που ακολουθεί οι αναρτήσεις που δεν τα περιλάμβαναν (21) ήταν περισσότερες από εκείνες που περιείχαν (15) το ψηφιακό υλικό.

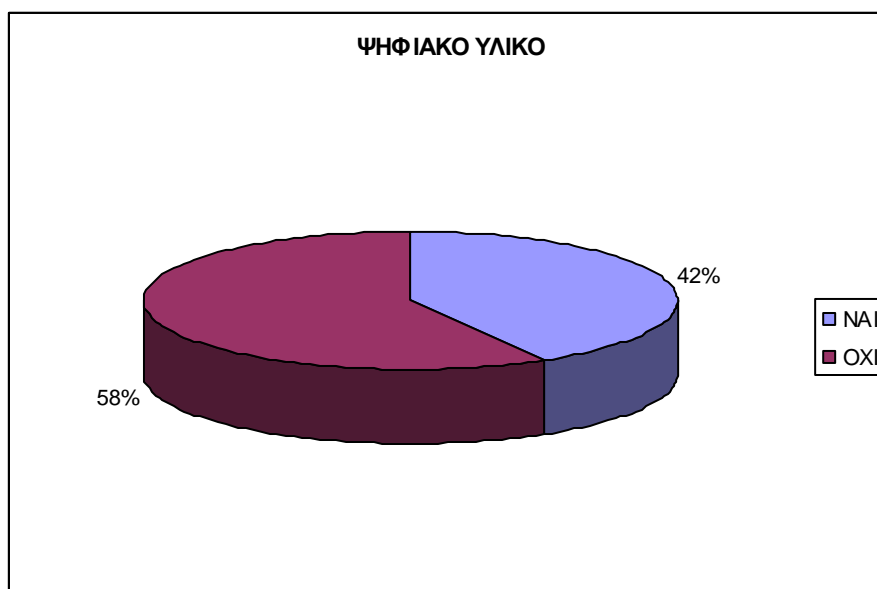
ΨΗΦΙΑΚΟ ΥΛΙΚΟ ΠΛΗΘΟΣ

ΝΑΙ	15
ΟΧΙ	21

Το ψηφιακό υλικό που δημιουργείται κατά τη διάρκεια υλοποίησης του εκπαιδευτικού σεναρίου και της δραστηριότητας πιο συγκεκριμένα είναι απαραίτητο, ώστε ο εκπαιδευτικός που θα θελήσει να εφαρμόσει το σενάριο στην τάξη του να έχει πλήρη εικόνα του παραγόμενου υλικού αλλά και ο συγγραφέας – εκπαιδευτικός να παρουσιάσει ένα ολοκληρωμένο «πακέτο» διδασκαλίας.

Αξιοσημείωτο είναι ότι από τις δραστηριότητες που είχαν καταχωρημένο το ψηφιακό υλικό, η ποιότητα του υλικού ήταν άριστη σε όλες καθώς και η επάρκεια κρίνεται άκρως ικανοποιητική.

Η πίτα που αναπαριστά την ύπαρξη ή όχι του ψηφιακού υλικού ακολουθεί παρακάτω.



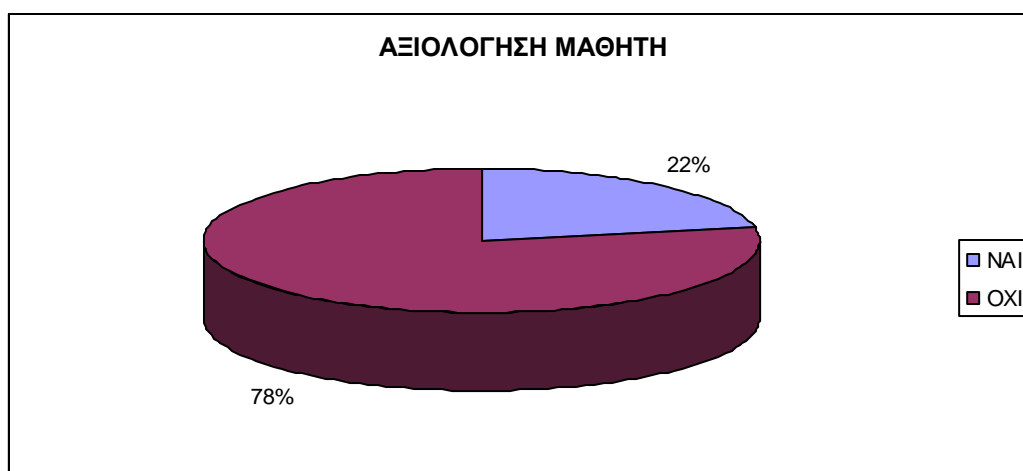
- Οι εκπαιδευτικές δραστηριότητες που αξιολογήθηκαν δεν περιέχουν διακριτά φύλλα αξιολόγησης για τους μαθητές σε ποσοστό 78% (28 δραστηριότητες). Μόνο οι 8 από τις 36 δραστηριότητες (22%) προβλέπουν κάποια μορφή αξιολόγησης για τους μαθητές, όπως φαίνεται και στον πίνακα:

ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

ΜΑΘΗΤΗ	ΠΛΗΘΟΣ
ΝΑΙ	8
ΟΧΙ	28

Η αξιολόγηση της μαθητικής κοινότητας έχει τις εξής μορφές. Η πρώτη μορφή εισάγεται με ηχητικά ή εικονικά μηνύματα («Μπράβο! Τα κατάφερες»), ύστερα από την απάντηση των ασκήσεων στον υπολογιστή ενώ η άλλη υιοθετεί την αξιολόγηση μετά την ολοκλήρωση της δραστηριότητας συνήθως με τη μορφή φύλλου αξιολόγησης ώστε να διαπιστώσει ο δάσκαλος αν οι μαθητές εμπέδωσαν την ύλη. Μια άλλη μορφή αξιολόγησης εφαρμόζει ο εκπαιδευτικός κινούμενος συνεχώς μέσα στην τάξη, δίνοντας οδηγίες και βοηθώντας τους μαθητές του να ξεπεράσουν τυχόν δυσκολίες τους.

Το παρακάτω γράφημα παρουσιάζει την πρόβλεψη στο σενάριο για την αξιολόγηση του μαθητή.



- Η αξιολόγηση της δραστηριότητας και του εκπαιδευτικού σεναρίου γενικότερα μετά την υλοποίησή τους μέσα στην τάξη είναι πολύ σημαντική. Είναι ο μοχλός που θα οδηγήσει σε ασφαλή συμπεράσματα για την αποτελεσματικότητα της εφαρμογής τους. Μέσα από την αξιολόγηση αυτή ο εκπαιδευτικός θα εντοπίσει τις αδυναμίες της δραστηριότητας ή του σεναρίου. Αυτές είτε θα τις συμπεριλάβει στο σενάριο ώστε οι άλλοι εκπαιδευτικοί που θα το χρησιμοποιήσουν να τις λάβουν υπόψη τους, είτε θα τις χρησιμοποιήσει ο ίδιος για να βελτιώσει τη δραστηριότητα ή το σενάριο που έχει κατασκευάσει.

Η αξιολόγηση του εκπαιδευτικού σεναρίου ή της δραστηριότητας εμφανίστηκε και με γραπτή μορφή σε ξεχωριστό φύλλο – ερωτηματολόγιο που θα απαντήσουν οι μαθητές μετά την υλοποίησή τους αλλά και με τη μορφή παρατηρήσεων που διατυπώνει στο σενάριο ο συγγραφέας εφόσον έχει εφαρμόσει τη δραστηριότητα στη σχολική αίθουσα.

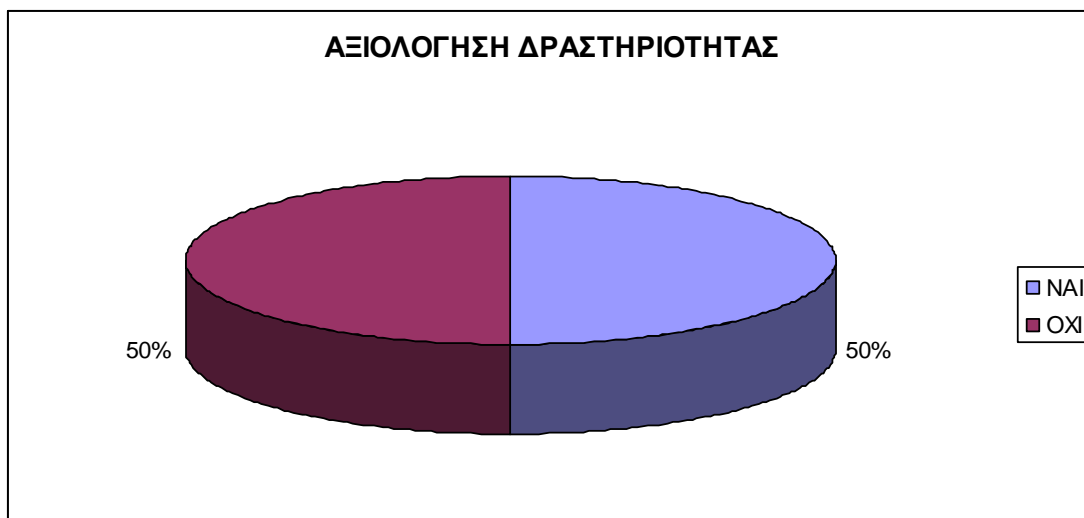
Στις αξιολογούμενες δραστηριότητες οι μισές διέθεταν κάποια μορφή αξιολόγησης ενώ οι άλλες μισές όχι. Συγκεκριμένα οι 18 δραστηριότητες είχαν προβλέψει στο σενάριό τους αξιολόγηση, ενώ οι άλλες 18 όχι.

ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑΣ ΠΛΗΘΟΣ

ΝΑΙ	18
ΟΧΙ	18

Η παρακάτω πίτα μας δίνει μια οπτική αναπαράσταση του πλήθους των δραστηριοτήτων που περιείχαν ή όχι αξιολόγηση μετά την υλοποίηση της δραστηριότητας στην τάξη.



2. Πληρότητα των σεναρίων

Τα σεναρία που συντάχθηκαν κινήθηκαν σε γενικές γραμμές σε ικανοποιητικό επίπεδο. Παρουσίαζαν όμως πολλές ελλείψεις. Θα ακολουθήσει μια εκτενής αναφορά στους άξονες της αξιολόγησης που τέθηκαν για την πληρότητα του σεναρίου.

- Σε όλα τα εκπαιδευτικά σεναρία που αναρτήθηκαν γίνεται αναφορά στη βαθμίδα στην οποία απευθύνονται. Συγκεκριμένα για τις τάξεις που έχουν οργανωθεί οι δραστηριότητες γίνεται λόγος σε κάθε μία από αυτές. Κάποιες δραστηριότητες μάλιστα οργανώθηκαν κατάλληλα ώστε να υποστηρίξουν τη διδασκαλία μιας ενότητας σε παραπάνω από μία τάξεις, μιας και το πρόγραμμα σπουδών των Μαθηματικών υπαγορεύει τη διδασκαλία της ίδιας μαθηματικής έννοιας σε δύο διαφορετικές τάξεις του Δημοτικού (όπως π.χ. τα κλάσματα διδάσκονται στη Γ' και τη Δ' Δημοτικού).
- Η θεματική ενότητα τη διδασκαλία της οποίας υποστηρίζει κάθε δραστηριότητα δεν αναφέρεται σε κάθε μαθηματική δραστηριότητα που αξιολογήσαμε. Σε κάποιες αναφέρεται μόνο ο κλάδος των Μαθηματικών στον οποίο ανήκει η συγκεκριμένη έννοια που διαπραγματεύεται η δραστηριότητα, σε κάποιες άλλες προσδιορίζεται μόνο ο αριθμός της παραγράφου του σχολικού βιβλίου και σε μερικές άλλες αναφέρεται και ο τίτλος της

παραγράφου και θεματικής ενότητας την οποία υποστηρίζει η εκπαιδευτική δραστηριότητα.

- Σε όλα τα εκπαιδευτικά σενάρια αναρτώνται τα ψηφιακά ή μη εργαλεία που είναι απαραίτητα για την υλοποίηση των δραστηριοτήτων. Όλες οι δραστηριότητες είναι δραστηριότητες οργανωμένες σε κάποιο εκπαιδευτικό λογισμικό ή σε λογισμικό γενικής χρήσης, οπότε ο ηλεκτρονικός υπολογιστής κρίνεται αναγκαίος. Επιπλέον σε πολλές δραστηριότητες χρησιμοποιείται ο βιντεοπροβολέας κυρίως για να γίνει επίδειξη του λογισμικού από το δάσκαλο, εισαγωγή της νέας έννοιας ή κάποιων στοιχείων θεωρίας που είναι απαραίτητα και υποβοηθητικά στη διδασκαλία ή ακόμα παρουσίαση των εργασιών των παιδιών μετά την ολοκλήρωση της δραστηριότητας με επιτυχία. Λίγες δραστηριότητες χρειάζονταν μη ψηφιακά υλικά, όπως γεωμετρικά όργανα ή μαυροπίνακα και κιμωλίες.
- Όλες οι σύγχρονες θεωρίες μάθησης και μέθοδοι διδασκαλίας υποστηρίζουν ότι ο καταλληλότερος τρόπος διδασκαλίας είναι ο ομαδοσυνεργατικός. Θεωρείται ξεπερασμένος ο αγκώνας ή η υψωμένη παλάμη που έκρυβε τη λύση της άσκησης ο ένας μαθητής από τον άλλο. Η σύγχρονη παιδαγωγική επιτάσσει οι μαθητές να δουλεύουν σε ομάδες (των δύο, των τριών, . . .). Η συνεργασία μεταξύ των μαθητών τροφοδοτεί την κριτική τους ικανότητα, τη συμμετοχή τους στο διάλογο, τους οπλίζει με θάρρος και αυτοπεποίθηση ώστε να υποστηρίζουν με δύναμη την άποψη και τα συμπεράσματά τους. Μαθαίνει επίσης στους μικρούς μαθητές να σέβονται την άποψη των συμμαθητών τους, να μην τους κοροϊδεύουν, προάγει την αλληλοβοήθεια και την αλληλεγγύη μεταξύ τους, αυξάνει την κοινωνικότητά τους και μειώνει τον ανταγωνισμό μεταξύ τους, εφόσον βέβαια υπάρχει.

ΟΡΓΑΝΩΣΗ ΤΑΞΗΣ	ΠΛΗΘΟΣ
Ζευγάρια	7
Ζευγάρια - Τριάδες	15
Τριάδες	5
Τετράδες	1
Πεντάδες	2
Δεν αναφέρεται	5

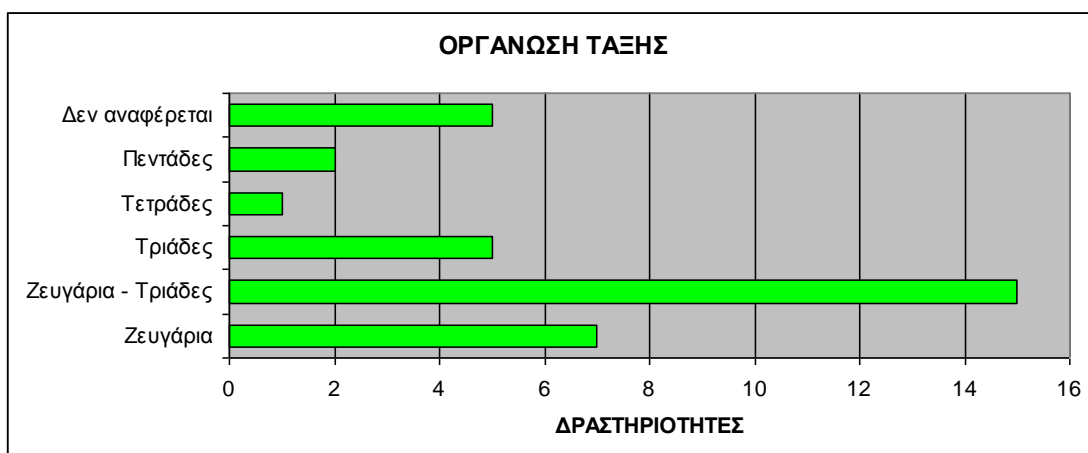
*Σε μία δραστηριότητα επιλέχθηκε στην αρχή να δουλέψει ο καθένας μόνος του και στη συνέχεια σε ζευγάρια.

Όπως φαίνεται από τον προηγούμενο πίνακα οι περισσότεροι εκπαιδευτικοί (15) έχουν οργανώσει δραστηριότητες που υλοποιούνται σε ομάδες των δύο ή τριών παιδιών. Αυτή κατά την άποψή μας ίσως και να είναι η καλύτερη διάταξη μιας και οι ολιγομελές ομάδες δουλεύουν καλύτερα, πιο συγκροτημένα και πιο αποδοτικά. Ακολουθεί η οργάνωση της τάξης σε ζευγάρια με πλήθος 7, ύστερα 5 δραστηριότητες επιλέγουν τις τριάδες και σε άλλες τόσες δεν αναφέρεται η διάρθρωση της τάξης. Τέλος δύο μόνο δραστηριότητες υλοποιήθηκαν σε πεντάδες και μία σε τετράδες. Οι πολυπληθείς ομάδες προτιμήθηκαν ελάχιστα από τους δασκάλους και κυρίως οι λόγοι που τις επέβαλαν ήταν χωροταξικοί ή η ανεπάρκεια στο πλήθος των ηλεκτρονικών υπολογιστών.

Στη δραστηριότητα της Δ΄τάξης του Δημοτικού ο δάσκαλος επέλεξε οι μαθητές του πρώτα να δουλέψουν κατά μονάδες, ύστερα να παρουσιάσουν την εργασία τους, το ψυγείο τους, και τέλος αναζητούν, συγκρίνουν τις τιμές και δουλεύουν σε ομάδες ζευγαριών. Ο τρόπος αυτός οργάνωσης της τάξης ήταν ο καταλληλότερος για να καλλιεργήσουν τη δημιουργικότητά τους, να αναπτύξουν δεξιότητες επικοινωνίας με τους συμμαθητές τους, να καλλιεργήσουν τον προφορικό λόγο μέσα από την παρουσίαση των εργασιών τους, αφού θα «εκτεθούν» σε ακροατήριο, να αναπτύξουν δεξιότητες αναζήτησης της πληροφορίας στο διαδίκτυο και να συνδυάσουν δραστηριότητες σχολικές με την καθημερινότητα, να υλοποιήσουν δηλαδή

όλους τους μαθησιακούς στόχους που είχαν τεθεί στο σενάριο της διδασκαλίας.

Το ραβδόγραμμα που ακολουθεί παρουσιάζει την οργάνωση της τάξης στο σύνολο των δραστηριοτήτων.



- Ο μεγαλύτερος όγκος δραστηριοτήτων (5) επιλέγει την υλοποίηση μέσα σε μία διδακτική ώρα ή σε έξι ώρες και ακολουθούν με πλήθος μία λιγότερη (4) οι δίωρες δραστηριότητες. Τρεις δραστηριότητες επιλέγουν να απασχολήσουν τη διδασκαλία για 3 ώρες ή 5 – 6 διδακτικές ώρες, από δύο δραστηριότητες διαρκούν 4 ώρες ή 3 – 4 ώρες ή 6 – 9 διδακτικές ώρες. Τέλος οι υπόλοιπες κατηγορίες διαρκούν από μία διδακτική ώρα.

Ο πίνακας που ακολουθεί παρουσιάζει το πλήθος των δραστηριοτήτων που ομαδοποιούνται σε κάθε διαφορετική χρονική διάρκεια.

ΔΙΑΡΚΕΙΑ	ΠΛΗΘΟΣ
1 ώρα	5
2 ώρες	4
3 ώρες	3
4 ώρες	2
5 ώρες	1
6 ώρες	5
7 ώρες	1

9 ώρες	1
15 ´	1
30´	1
3-4 ώρες	2
3-5 ώρες	1
5-6 ώρες	3
5-7 ώρες	1
6-9 ώρες	2
8-14 ώρες	1
10-11 ώρες	1
Δεν αναφέρει	1

Το ραβδόγραμμα που ακολουθεί αποκαλύπτει τη διάρκεια των δραστηριοτήτων σε συνάρτηση με το πλήθος τους.



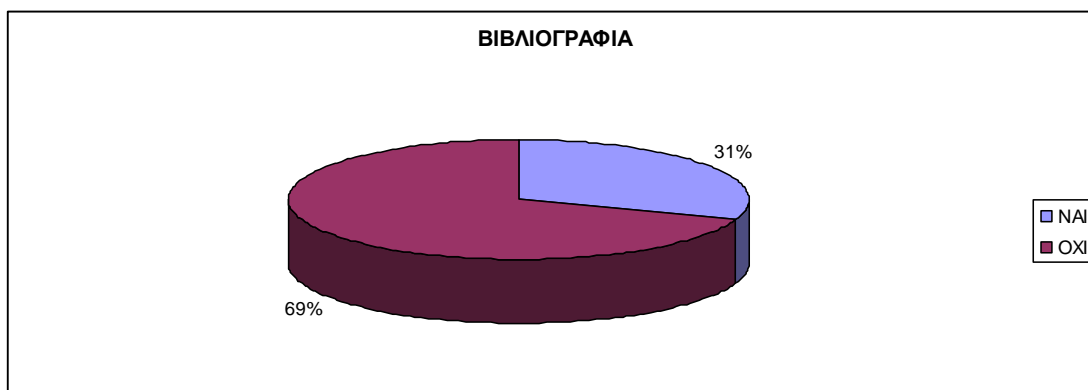
- Ένα στοιχείο που έλειπε από όλες σχεδόν τις δραστηριότητες και αποτυπώνεται και από το μέσο όρο του (5,97) είναι η έλλειψη πρωτοτυπίας στο σχεδιασμό των δραστηριοτήτων. Ενώ η καθημερινότητά μας δίνει πολλά προβλήματα τα οποία μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε για την ανάπτυξη μιας δραστηριότητας εκπαιδευτικής παρόλα αυτά οι συγγραφείς δεν τα χρησιμοποίησαν σε ικανοποιητικό βαθμό.
- Η διαθεματικότητα και η διεπιστημονικότητα αποτελούν αντικείμενο προς αναζήτηση μιας και λίγες δραστηριότητες ανέδειξαν αυτές τις έννοιες. Η διεπιστημονικότητα παρατηρήθηκε μόνο σε ελάχιστες περιπτώσεις συνδυασμού Μαθηματικών, Πληροφορικής και Αισθητικής Αγωγής.
- Τα γνωστικά προβλήματα που αντιμετωπίζουν οι μαθητές σχετικά με τις διδασκόμενες έννοιες αναφέρονται μονάχα σε μία δραστηριότητα. Οι υπόλοιπες αναλύουν μόνο τους μαθησιακούς και γνωστικούς στόχους που θέτει το εν λόγω σενάριο χωρίς να αναφέρουν τυχόν προβλήματα που οι ίδιοι οι εκπαιδευτικοί ή συνάδελφοί τους έχουν εντοπίσει κατά τη διδασκαλία της μαθηματικής έννοιας.
- Τα περισσότερα σενάρια διδασκαλίας δεν διέθεταν βιβλιογραφία. Ο παρακάτω πίνακας φανερώνει το πλήθος των εκπαιδευτικών σεναρίων που παρέθεταν ή όχι τη βιβλιογραφία στο τέλος τους.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	ΠΛΗΘΟΣ
---------------------	---------------

ΝΑΙ	11
ΟΧΙ	25

Μετά την αξιολόγηση των μαθηματικών δραστηριοτήτων λοιπόν διαπιστώσαμε ότι στα περισσότερα εκπαιδευτικά σενάρια δεν αναφέρεται η βιβλιογραφία πάνω στην οποία στηρίζεται η ανάπτυξη του σεναρίου και της εκπαιδευτικής δραστηριότητας. Το ποσοστό των σεναρίων που δεν την αναφέρει είναι υπερδιπλάσιο (69%) έναντι 31% που αναφέρει τη

βιβλιογραφία. Τα αποτελέσματα αποτυπώνονται και με την αναλογική πίτα που ακολουθεί:



3. Βαθμός αξιοποίησης των ΤΠΕ

Η αξιοποίηση των Τεχνολογιών Πληροφορικής και Επικοινωνιών παρατηρήθηκε σε όλες τις δραστηριότητες, έστω και στον ελάχιστο βαθμό της οργάνωσης μιας δραστηριότητας με χρήση του ηλεκτρονικού υπολογιστή. Οι μαθηματικές δραστηριότητες είχαν αναπτυχθεί με τη βοήθεια κάποιου λογισμικού στον ηλεκτρονικό υπολογιστή και μάλιστα αρκετές από αυτές ήταν κατασκευασμένες με τέτοιο τρόπο ώστε να αναδεικνύουν την αξία των νέων τεχνολογιών στη διαδικασία της μάθησης. Δεδομένου ότι οι μισές από τις εκπαιδευτικές δραστηριότητες ήταν δραστηριότητες εκμάθησης – εξάσκησης – εμπέδωσης δεν ήταν και οι καταλληλότερες για την άριστη ανάδειξη της αξίας των ΤΠΕ. Πιο συγκεκριμένα:

- Ύστερα από την ολοκλήρωση της μελέτης των εκπαιδευτικών δραστηριοτήτων ο μέσος όρος της βαθμολογίας τους για την αξιοποίηση των ΤΠΕ στη διδασκαλία ήταν 7,94. Αυτό καταδεικνύει ότι οι εκπαιδευτικοί έχουν κατανοήσει την πρόσθετη παιδαγωγική αξία των ΤΠΕ και έχουν εμπεδώσει σε ικανοποιητικό βαθμό το πώς να τις χρησιμοποιούν. Μπορούμε επίσης να ισχυριστούμε ότι η αποδοτικότητα του β' κύκλου επιμόρφωσης κινήθηκε σε μέγιστο βαθμό.
- Οι περισσότερες δραστηριότητες που αξιολογήσαμε ήταν δραστηριότητες διερεύνησης. Ακολουθούν οι δραστηριότητες εξάσκησης και υπολείπονται

κατά πολύ οι δραστηριότητες εμπέδωσης, εκμάθησης, ανακάλυψης και δημιουργίας. Ο παρακάτω πίνακας οργανώνει τα αριθμητικά δεδομένα της επεξεργασίας αυτής.

ΕΙΔΟΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑΣ	ΠΛΗΘΟΣ
ΕΞΑΣΚΗΣΗΣ	16
ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗΣ	20
ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑΣ	1
ΕΜΠΕΔΩΣΗΣ	2
ΕΚΜΑΘΗΣΗΣ	2
ΑΝΑΚΑΛΥΨΗΣ	1

Αν αθροίσουμε το πλήθος των δραστηριοτήτων διερεύνησης και ανακάλυψης βρίσκουμε αποτέλεσμα 21, ενώ αν αθροίσουμε το πλήθος των δραστηριοτήτων εξάσκησης, εκμάθησης και εμπέδωσης βρίσκουμε 20. Τα αποτελέσματα λοιπόν είναι σχεδόν ίσα. Το γεγονός αυτό υποδεικνύει ότι οι ΤΠΕ δεν χρησιμοποιήθηκαν στο βαθμό που θα ήταν επιθυμητό. Οι εκπαιδευτικοί ακολούθησαν ξανά την «πεπατημένη» και ασφαλή οδό της εξάσκησης και δεν πειραματίστηκαν, ούτε προσπάθησαν να δημιουργήσουν δραστηριότητες που θα παρείχαν ουσιαστική διερευνητική μάθηση σε όλη της έκταση των δραστηριοτήτων. Αξιοσημείωτο είναι όμως και το γεγονός ότι οι άλλες μισές δραστηριότητες ήταν δραστηριότητες που αξιοποιούσαν σε αρκετά ικανοποιητικό βαθμό της δυνατότητες που τους παρέχουν οι νέες τεχνολογίες και τα εκπαιδευτικά λογισμικά για να οργανώσουν τη διδασκαλία τους πιο αποδοτικά και σύμφωνα με τις σύγχρονες επιταγές της παιδαγωγικής επιστήμης.

4. Αξιολόγηση της ποιότητας του ψηφιακού υλικού

Σε αυτό το σημείο θα αξιολογήσουμε την ποιότητα του ψηφιακού υλικού που παράγεται από κάθε εκπαιδευτική δραστηριότητα.

- Οι εκπαιδευτικές δραστηριότητες που δεν περιείχαν το ψηφιακό βρέθηκαν περισσότερες από εκείνες που το περιείχαν. Συγκεκριμένα 21 δραστηριότητες

δεν περιείχαν το ψηφιακό αρχείο, ενώ 15 το συμπεριλάμβαναν στην καταχώρησή τους. Το γεγονός αυτό μπορεί να χαρακτηριστεί ως μια αδυναμία της αξιολόγησης των δραστηριοτήτων μιας και δεν παρέχεται η δυνατότητα να αξιολογήσουμε την κάθε δραστηριότητα ολοκληρωμένη.

- Το ψηφιακό υλικό κάθε δραστηριότητας είναι επαρκές ως προς τους στόχους που έχει θέσει ο εκπαιδευτικός στο σενάριο διδασκαλίας που έχει συντάξει. Επίσης κάθε δραστηριότητα έχει οργανωθεί σύμφωνα με την ύλη που καθορίζει το Αναλυτικό Πρόγραμμα Σπουδών του Υπουργείου Παιδείας, Δια Βίου Μάθησης και Θρησκευμάτων με αποτέλεσμα να κρίνεται άκρως ικανοποιητική η υλοποίηση των μαθησιακών στόχων που τίθενται. Ως προς την κάλυψη των στόχων και της ύλης λοιπόν το ψηφιακό υλικό που παράγεται είναι άριστο.
- Σε όσες δραστηριότητες διατίθεται το ψηφιακό υλικό εμφανίζεται άρτιο. Δεν βρέθηκε καμία ανάρτηση που να περιλαμβάνει ελλιπές ψηφιακό υλικό ή υλικό που να μην λειτουργούν καλά οι εφαρμογές του ή υλικό που να μην εμφανίζονται όλα τα ψηφιακά αντικείμενα που περιγράφονται στο εκπαιδευτικό σενάριο.

5. Αξιολόγηση της ποιότητας και της πληρότητας του υλικού τεκμηρίωσης

Σε αυτό τον άξονα θα παρουσιάσουμε τη βαθμολόγηση των δραστηριοτήτων ως προς την ποιότητα και την πληρότητα του υλικού τεκμηρίωσης.

- Τα εκπαιδευτικά σενάρια στα πλαίσια των οποίων υλοποιούνται οι εκπαιδευτικές δραστηριότητες που αξιολογήθηκαν κρίθηκαν με μέσο όρο 7,8 περίπου. Τα περισσότερα σενάρια ήταν πλήρη και ολοκληρωμένα ως προς τα στοιχεία που πρέπει να τα απαρτίζουν. Κάποια από αυτά όμως παρουσίαζαν ελλείψεις ως προς τις καινοτομίες που εισάγουν, ως προς την προστιθέμενη αξία των ΤΠΕ (που αναφερόταν σε ελάχιστα σενάρια διδασκαλίας), ως προς το θεωρητικό πλαίσιο στο οποίο είναι βασισμένο το σενάριο, ως προς τα γνωστικά προβλήματα που αντιμετωπίζει το συγκεκριμένο σενάριο

διδασκαλίας (αναφερόταν μόνο σε ένα εκπαιδευτικό σενάριο), ως προς τις προαπαιτούμενες γνώσεις που είναι απαραίτητες για την υλοποίηση της δραστηριότητας και τέλος κανένα σενάριο δε συντάσσει πρόταση για επέκταση της μαθηματικής δραστηριότητας που οργανώνει.

- Η αξιολόγηση των φύλλων εργασίας έδειξε τα εξής αποτελέσματα: 2 δραστηριότητες πήραν βαθμό 2-3, γεγονός που υποδεικνύει πως είναι ακατάλληλα προς εφαρμογή στην τάξη. Τρεις δραστηριότητες βαθμολογήθηκαν με 7 και μία με 6, με αποτέλεσμα τα φύλλα εργασίας αυτά να επιδέχονται πολλές βελτιώσεις. Οι υπόλοιπες δραστηριότητες είχαν αξιολογημένα φύλλα εργασίας που βαθμολογήθηκαν με 8 έως και 10.
- Καμία δραστηριότητα δεν περιείχε ξεχωριστό εγχειρίδιο χρήσης του λογισμικού για το μαθητή. Μερικά εκπαιδευτικά σενάρια παρείχαν οδηγίες χρήσης προς τους μαθητές, οδηγίες που θα τις διατυπώσει προφορικά ο εκπαιδευτικός ή θα τις παρουσιάσει με τη βοήθεια βιντεοπροβολέα. Ελάχιστες δραστηριότητες προέβλεπαν στο λογισμικό τους την παροχή βοήθειας με τη μορφή ηχητικού μηνύματος ή πλαισίου κειμένου. Αυτές που το προέβλεπαν είτε με τη μία είτε με την άλλη μορφή βαθμολογούνται με άριστα διότι είναι πολύ σημαντικό οι μαθητές να δέχονται τη βοήθεια αυτόματα όταν τη χρειαστούν και να μην περιμένουν το δάσκαλο να τους την παράσχει και να γίνουν αντιληπτοί από όλους τους συμμαθητές τους.
- Ούτε και για τον εκπαιδευτικό έχουν οργανωθεί ξεχωριστές οδηγίες χρήσης του λογισμικού και οδηγίες υλοποίησης της δραστηριότητας. Οι οδηγίες υλοποίησης της δραστηριότητας αναπτύσσονται λεπτομερώς μονάχα σε μία δραστηριότητα, ενώ στις υπόλοιπες έχει αφιερωθεί μία μικρή έκταση στο σενάριο διδασκαλίας που παρέχει στους εκπαιδευτικούς οδηγίες ως προς το πώς θα υλοποιήσουν τις μαθηματικές δραστηριότητες.

6. Σχέδια αξιολόγησης των μαθητών και της μαθηματικής δραστηριότητας

Επίσης η διαδικασία αξιολόγησης των μαθητών και της ίδιας της δραστηριότητας κρίθηκε ανεπαρκής. Πολλοί συγγραφείς δηλαδή την παρέλειψαν και δεν της έδωσαν την πρέπουσα σημασία, στο πρακτικό τουλάχιστον κομμάτι της σύνταξης ενός φύλλου αξιολόγησης. Συγκεκριμένα:

- Τριάντα δραστηριότητες δεν συμπεριλάμβαναν ούτε φύλλο αξιολόγησης του μαθητή, ούτε διατύπωναν στο εκπαιδευτικό τους σενάριο οδηγίες αξιολόγησης για τους μαθητές προς τους εκπαιδευτικούς. Οι υπόλοιπες έξι μαθηματικές δραστηριότητες διέθεταν φύλλο αξιολόγησης του μαθητή, το οποίο είχε συνταχθεί σύμφωνα με τους στόχους που δίνονταν στο εκπαιδευτικό σενάριο και γι' αυτό βαθμολογούνται με άριστους βαθμούς (μία με 8, δύο με εννιά και τρεις με 10).
- Οι 8 μόνο από τις 36 μαθηματικές δραστηριότητες που αξιολογήσαμε προέβλεπαν διαδικασία αξιολόγησής τους μετά την υλοποίηση της δραστηριότητας στην τάξη. Μερικές διατύπωναν μόνο λεκτική αξιολόγηση (συμπεράσματα μετά την υλοποίηση της δραστηριότητας μέσα στην τάξη) σε κάποιο σημείο του εκπαιδευτικού σεναρίου, ενώ δύο μόνο δάσκαλοι συνέταζαν ειδικό φύλλο αξιολόγησης της δραστηριότητας που μοίρασαν στους μαθητές τους ώστε να έχουν και γραπτώς τα αποτελέσματά της. Για να βαθμολογήσουμε την αξιολόγηση των δραστηριοτήτων μετά την υλοποίησή τους στην τάξη χρησιμοποιήσαμε το 6 τρεις φορές, μία φορά το 8 και τέσσερις φορές το 10.

7. Διαθεματικότητα και διεπιστημονικότητα

Σε αυτό τον άξονα αξιολόγησης θα εξετάσουμε κατά πόσο οι δραστηριότητες εμπλέκουν μία ή περισσότερες θεματικές ενότητες των μαθηματικών και ύστερα κατά πόσο η κάθε έννοια αντιμετωπίζεται όχι μόνο υπό το πρίσμα των Μαθηματικών αλλά και υπό το πρίσμα και άλλων επιστημών.

- Οι 2 από τις 36 εκπαιδευτικές δραστηριότητες είχαν στοιχεία διαθεματικότητας. Συγκεκριμένα η δραστηριότητα της κ. Κουτσούκου Μαρίας με τίτλο «Το ψυγείο μου» συνδυάζει την ενότητα των Μετρήσεων (Νομίσματα) και την ενότητα των δεκαδικών αριθμών (Πράξεις με δεκαδικούς). Η άλλη δραστηριότητα έχει τίτλο «Σκιτσάροντας με παραλληλόγραμμα» και συνδυάζει την ενότητα των Γεωμετρικών Σχημάτων (Περίμετρος) και την έννοια της μεταβλητής. Ο συνδυασμών των θεματικών εννοιών ήταν άριστος και στις δύο δραστηριότητες γι' αυτό και βαθμολογήθηκαν με τον ανάλογο βαθμό.
- Η διεπιστημονικότητα των δραστηριοτήτων υστερεί και αυτή ως προς το πλήθος των δραστηριοτήτων που την προάγουν. Οι περισσότερες δραστηριότητες (7 και 5 αντίστοιχα) συνδυάζαν τα Μαθηματικά με την Πληροφορική (Προγραμματισμό) και την Αισθητική Αγωγή, 2 δραστηριότητες συνδυάζουν τα Μαθηματικά με τη Γλώσσα, και από μία δραστηριότητα τα συνδυάζει με τη Μελέτη Περιβάλλοντος, τη Μουσική, τη Γεωγραφία και την Αγωγή Υγείας. Συμπερασματικά θα μπορούσαμε να ισχυριστούμε ότι η οργάνωση αυτών των δραστηριοτήτων δεν στόχευε στην προαγωγή της διεπιστημονικότητας των Μαθηματικών εννοιών, αλλά στη μονόπλευρη παρουσίασή τους.

Γενικά Συμπεράσματα

Ύστερα από την ποσοτική ανάλυση της αξιολόγησης των μαθηματικών δραστηριοτήτων θα αναφερθούμε σε κάποια γενικά συμπεράσματα στα οποία καταλήγουμε ολοκληρώνοντας την επεξεργασία των ανηρημένων εκπαιδευτικών δραστηριοτήτων για τα μαθηματικά του Δημοτικού Σχολείου.

Είναι γεγονός ότι οι δραστηριότητες που είχαν οργανώσει οι δάσκαλοι ύστερα από την επιμόρφωση στις ΤΠΕ ήταν καταρχήν σύμφωνες με το ΑΠΣ και το ΔΕΠΠΣ. Όλες οι εκπαιδευτικές δραστηριότητες στοχεύουν στην κατανόηση των βασικών μαθηματικών εννοιών και απόκτηση ικανοτήτων., καλλιεργούν τη μαθηματική γλώσσα ως μέσο επικοινωνίας και βοηθούν στην κατανόηση στοιχειωδών μαθηματικών μεθόδων. Μερικές από αυτές συμβάλλουν στην εξοικείωση των μαθητών με τη διαδικασία παραγωγής συλλογισμών και την αποδεικτική διαδικασία (κυρίως οι δραστηριότητες Γεωμετρίας) ή στην ανάπτυξη της ικανότητας να επιλύουν προβλήματα. Όλες όμως συμβάλλουν στην καλλιέργεια της θετικής στάσης των μαθητών για τα μαθηματικά και την υποβάθμιση της συνήθους φοβίας που αισθάνονται οι μαθητές για αυτή την επιστήμη.

Η μέθοδος διδασκαλίας που επέλεξαν όλοι οι εκπαιδευτικοί ήταν η ομαδοσυνεργατική. Η εργασία των μαθητών σε ομάδες αυξάνει το αίσθημα συνεργασίας μεταξύ τους, την ενεργό συμμετοχή των μαθητών και προσφέρει πλουραλισμό στις λύσεις των προβλημάτων που καλούνται οι μαθητές να αντιμετωπίσουν. Επίσης δίνει κίνητρα στους μαθητές να ασχοληθούν με τα μαθηματικά ακόμα και να διορθώσουν τους συμμαθητές - συνεργάτες τους.

Στα πλαίσια της νέας προσέγγισης για τη διδασκαλία, απαιτείται από τον εκπαιδευτικό και τους μαθητές ουσιαστική συμμετοχή και ευθύνη στη σχολική καθημερινότητα. Η συμμετοχή δεν εξαντλείται στην απλή και τυπική συμμετοχή στο μάθημα, αλλά πρόκειται για μία στάση που χαρακτηρίζεται από διάλογο και συνεργασία. Το σύνολο των εκπαιδευτικών δραστηριοτήτων που αξιολογήθηκαν διέπονταν από τα εξής χαρακτηριστικά όσον αφορά το ρόλο του δασκάλου:

- 1) Ο εκπαιδευτικός δε διδάσκει την ύλη με την κλασσική μέθοδο του μονολόγου εκφωνώντας την προς διδασκαλία ενότητα.
- 2) Ο δάσκαλος βοηθά τους μαθητές να αυτενεργήσουν, τους ενθαρρύνει να αλληλεπιδράσουν με τη δραστηριότητα και να μάθουν μέσα από αυτή τη διαδικασία.
- 3) Η αξιολόγηση που υλοποιεί κρίνοντας την επίτευξη των διδακτικών στόχων που έχει θέσει για το μάθημα στις περισσότερες δραστηριότητες γίνεται κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας, ταυτόχρονα με τη βοήθεια που παρέχει στους μαθητές του.

Οι καταστάσεις που χρησιμοποιήθηκαν από τους δασκάλους για να εισάγουν τη νέα μαθηματική έννοια προέρχονταν στην πλειοψηφία τους από τη ζωή, τον πολιτισμό. Όταν λέμε πολιτισμό εννοούμε τη ζωγραφική, τη λαϊκή παράδοση, τα έργα τέχνης. Λέγοντας ζωή εννοούμε τα αντικείμενα που είναι δυνατόν να συναντήσουμε στη ζωή μας, προβλήματα που μπορεί να αντιμετωπίσουμε. Κάποιες δραστηριότητες, κυρίως της Στατιστικής και των Μοτίβων, χρησιμοποίησαν τέτοιες πρακτικές για να εισάγουν τη νέα έννοια ή να δημιουργήσουν ασκήσεις εξάσκησης για την αποτελεσματικότερη εμπέδωση της ύλης.

Τα παιχνίδια αποτελούν ένα ιδιαίτερο μέσο των παιδιών για ανακάλυψη νέων γνώσεων και για την εμπέδωση και εφαρμογή των ήδη αποκτημένων. Ελάχιστες δραστηριότητες χρησιμοποίησαν λογισμικό με παιγνιώδη χαρακτήρα. Μονάχα οι 4 από τις 36 εισήγαγαν τη νέα έννοια ή εφάρμοζαν ασκήσεις εμπέδωσης με το χαρακτήρα παιχνιδιού.

Οι εκπαιδευτικές δραστηριότητες που προήγαγαν την παιδαγωγική αξία των ΤΠΕ πιο αποτελεσματικά ήταν αυτές της Γεωμετρίας και της Στατιστικής. Αυτές οι δραστηριότητες επέτρεπαν τη διερεύνηση, τη διατύπωση εικασιών και την επιβεβαίωση – κατάρριψη – τροποποίησή τους, τον πειραματισμό, την ενεργή συμμετοχή των μαθητών και την πολλαπλή αναπαράσταση των αποτελεσμάτων. Μερικές εκ των δραστηριοτήτων ήταν απλές δραστηριότητες εξάσκησης οι οποίες να μεν είναι χρήσιμες στη διδασκαλία, μα θα μπορούσαν να υλοποιηθούν χωρίς τη χρήση των νέων τεχνολογιών.

Μελετώντας τον πίνακα της σελίδας 105 παρατηρούμε πως οι συγγραφείς προτιμούν τα λογισμικά που έχει κατασκευάσει το Παιδαγωγικό Ινστιτούτο για την υλοποίηση εκπαιδευτικών δραστηριοτήτων στο Δημοτικό Σχολείο. Γεγονός είναι ότι τα λογισμικά του Παιδαγωγικού Ινστιτούτο διαθέτουν εύκολο στη χρήση περιβάλλον με όμορφα, έντονα χρώματα που προσελκύουν το ενδιαφέρον των μικρών μαθητών και κάνουν τη διδασκαλία πιο ευχάριστη. Επιπλέον τα λογισμικά του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου δίνουν στους εκπαιδευτικούς τη δυνατότητα να σχεδιάσουν και να υλοποιήσουν εκπαιδευτικές δραστηριότητες διαφορετικών θεματικών ενοτήτων (Στατιστικής, Γεωμετρίας, Αριθμητικής) μιας και για κάθε μαθηματική ενότητα έχει αναπτυχθεί το κατάλληλο λογισμικό. Η πληθώρα εφαρμογών των λογισμικών του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου έχει ως φυσικό αποτέλεσμα το πλήθος των δραστηριοτήτων που τα χρησιμοποιεί να διαπιστώνεται αυξημένο στις αναρτήσεις. Οι εκπαιδευτικοί επίσης προτιμούν, με το ίδιο πλήθος δραστηριοτήτων, το λογισμικό The Geometer's Sketchpad. Το The Geometer's Sketchpad είναι ένα λογισμικό Δυναμικής Γεωμετρίας που παρέχει στους εκπαιδευτικούς πολλές δυνατότητες. Έχει διαπιστωθεί πως οι μαθητές δυσκολεύονται περισσότερο στην κατανόηση της ύλης της Γεωμετρίας με αποτέλεσμα οι δάσκαλοι να ψάχνουν νέους τρόπους διδασκαλίας, πιο αποδοτικούς. Από την άλλη πλευρά το αντικείμενο της Γεωμετρίας παρέχει τη δυνατότητα στους εκπαιδευτικούς να οργανώσουν διερευνητικές δραστηριότητες, να αλλάζουν τα δεδομένα, να παρατηρούν και να εξάγουν τα δικά τους συμπεράσματα, χωρίς να τους δίνεται η θεωρία έτοιμη αλλά με κατάλληλη καθοδήγηση από τον εκπαιδευτικό να την ανακαλύπτουν μόνοι τους. Οι δραστηριότητες Γεωμετρίας που υλοποιούνται με τη βοήθεια του λογισμικού αυτού αυξάνουν στους μαθητές την ικανότητα της διερεύνησης, της διατύπωσης εικασιών και την επιβεβαίωση ή την κατάρριψη και τροποποίησή τους. Κατά αυτόν τον τρόπο οι μαθητές αισθάνονται ότι οι ίδιοι ανακαλύπτουν τους μαθηματικούς κανόνες, η αυτοπεποίθησή τους αυξάνεται, ενώ ταυτόχρονα η φοβία τους για τα Μαθηματικά ελαττώνεται.

Ισχυρό μειονέκτημα για πολλές από τις μαθηματικές δραστηριότητες αποτελεί το γεγονός ότι δεν αποκάλυπταν τη διεπιστημονικότητα των μαθηματικών εννοιών που διαπραγματεύονταν. Η Μαθηματική επιστήμη είναι μία επιστήμη που χρησιμοποιείται και υποστηρίζει πολλές άλλες. Τη Φυσική, την Οικονομία, τη

Βιολογία κ.α. Στις συγκεκριμένες δραστηριότητες οι μαθηματικές έννοιες αντιμετωπίζονταν μόνο μέσω της μαθηματικής οπτικής και δεν γίνονταν εμφανές (πλην ελαχίστων εξαιρέσεων) η ύπαρξη της έννοιας αυτής και σε άλλες επιστήμες.

Ένα άλλο αρνητικό στοιχείο που εντοπίσαμε στις εκπαιδευτικές δραστηριότητες τις οποίες αξιολογήσαμε ήταν ότι στην πλειοψηφία τους ήταν ελλιπείς. Σε πολλές δραστηριότητες απουσίαζε το ψηφιακό υλικό που θα παραγόταν από την υλοποίηση της δραστηριότητας, η διαδικασία αξιολόγησης των μαθητών και αυτής καθεαυτής της δραστηριότητας, ακόμα και η βιβλιογραφία. Σε μία μαθηματική δραστηριότητα σημειώθηκε ακόμα και απουσία του εκπαιδευτικού σεναρίου πάνω στο οποίο θα στηρίζονταν η διδασκαλία. Η σημαντικότερη απουσία όμως κρίνεται αυτή του ψηφιακού υλικού μιας και αυτό ήταν που θα καθόριζε και το επίπεδο αξιοποίησης των ΤΠΕ από τη μαθηματική δραστηριότητα.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Έξαρχος, (1993). *Διδακτική των Μαθηματικών. Εκπαίδευση και Μαθηματικά – Ειδική Διδακτική των Μαθηματικών – Ειδικά θέματα Διδακτικής των Μαθηματικών*. Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα.

Θωμαΐδης, Γ. (1999). *Μια επισκόπηση ερευνών για τη διδασκαλία των Μαθηματικών στην Ελληνική Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση*. Ερευνητική διάσταση της Διδακτικής των Μαθηματικών, 4, 112-132.

Κεΐσογλου, Σ. (1999, Νοέμβριος). *Ο Καντ και τα θεμέλια των σύγχρονων κατασκευαστικών απόψεων για τη διδακτική των μαθηματικών*. Πρακτικά 16^{ου} Πανελληνίου Συνεδρίου της Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας, Λάρισα.

Κλαουδάτος, Ν. (1999). *Τι σημαίνει για τη Μαθηματική Εκπαίδευση «Ενεργητική Στάση ως προς τα Μαθηματικά;»*. Επιθεώρηση Επιστημονικών και Εκπαιδευτικών Θεμάτων. Α(2), 62-77.

Κλαουδάτος, Ν. (2000). *Η διδασκαλία των Μαθηματικών με πραγματικά προβλήματα και εφαρμογές – που βρισκόμαστε σήμερα*. Πρακτικά 17^{ου} Πανελληνίου Συνεδρίου της Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας, Αθήνα.

Κολέζα, Ε. (1997). *Ο ρόλος των δραστηριοτήτων στη διδασκαλία των μαθηματικών*. Πρακτικά 14^{ου} Πανελληνίου Συνεδρίου της Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας, Μυτιλήνη.

Κολέζα, Ε., Μακρής, Κ. & Σούρλας, Κ. (1999). *Θέματα διδακτικής των Μαθηματικών*. Αθήνα: Gutenberg.

Κυνηγός, Χ. (2006). *Το μάθημα της διερεύνησης. Παιδαγωγική αξιοποίηση των ψηφιακών τεχνολογιών για τη διδακτική των μαθηματικών*. Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα.

Κυνηγός, Χρ. & Δημαράκη, Β. (2002), «*Νοητικά Εργαλεία και Πληροφοριακά Μέσα. Παιδαγωγική αξιοποίηση της σύγχρονης τεχνολογίας για τη μετεξέλιξη της εκπαιδευτικής πρακτικής*», Αθήνα: Καστανιώτης.

Μπαρκάτσας, Α. (1999). *Η θεωρία της Κατασκευής της Γνώσης (Constructivism) και ο ρόλος της στη μαθησιακή διαδικασία και στη διδακτική των Μαθηματικών*. Ερευνητική διάσταση της Διδακτικής των Μαθηματικών, 4, 136-153.

Οικονόμου, Π. & Τζεκάκη, Μ. (1999). *Στάσεις, αντιλήψεις και πρακτικές των εκπαιδευτικών για τη διδασκαλία των Μαθηματικών*. Ερευνητική διάσταση της Διδακτικής των Μαθηματικών, 4, 37-65.

Πατρώνης, Τ. & Σπανός, Δ. (1996). *Σύγχρονες θεωρήσεις και έρευνα στη Μαθηματική Παιδεία*. Πάτρα: Γ. Α. Πνευματικού.

Ράπτης, Α. & Ράπτη, Α. (1998). *Πληροφορική και Εκπαίδευση – Συνολική Προσέγγιση*. Αθήνα: Αυτοέκδοση.

Τουμάσης, Μ. (1999). *Σύγχρονη Διδακτική των Μαθηματικών*. Αθήνα: Gutenberg

Υπουργείο Παιδείας. (1997). *Ενιαίο Πλαίσιο Προγράμματος Σπουδών Μαθηματικών*.

Χατζηθεολόγου, Α. (2000). *Μάθηση: Προσωπικός ρυθμός και μαθησιακό στυλ*. *Παιδαγωγικός Λόγος*, 1, 128-138.

Χιονίδου, Μ. (1999). *Επιμόρφωση των εκπαιδευτικών στο Κονστрукτιβιστικό μοντέλο διδασκαλίας και μάθησης των μαθηματικών*. Αθήνα: Παιδαγωγικό Ινστιτούτο.

Anthony, G. (1996). *Active learning in a constructive framework*. *Educational Studies in Mathematics*, 31, 349-369.

Bandura, A. (1977). *Social Learning Theory*. New York: General Learning Press.

Bouvier, A. (1987, Νοέμβριος). *Μάθηση – Διδασκαλία – Επιμόρφωση*. Πρακτικά 4^ο
Πανελληνίου Συνεδρίου της Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας, Αθήνα.

Brousseau, G (1997) *Theory of Didactical Situations in Mathematics*,
Dordrecht/Boston/London: Kluwer Academic Publishers.

Bruner, J. (1996). *The Culture of Education*, Cambridge, MA: Harvard University
Press.

Cobb, P. & Bowers, J. (1999). *Cognitive and Situated Learning Perspectives in
Theory and Practice Educational Researcher*, Vol. 28, No. 2., pp. 4-15.

Daniels, H. (2001). *Vygotsky and Pedagogy*. London: Routledge Falmer

Davis, P. J. & Hersh, R. (1981). *The Mathematical Experience*. Birkhauser, Boston
MA.

von Glasserfeld, E. (Ed.) *Radical constructivism in mathematics education*.
Dordrecht: Kluwer.

von Glasersfeld, E. (1984). An introduction to radical constructivism. In P.
Watzlawick, *The Invented Reality*, (pp.17-40). New York: W.W. Norton &
Company.

von Glasersfeld, E. (1987). Learning as a constructive activity. In C.
Janvier, *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics*,
(pp.3-17). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

von Glasersfeld, E. (1989). *Constructivism in education*. In T. Husen & N. Postlewaite (Eds.), *International Encyclopedia of Education* [Suppl.], (pp.162-163). Oxford, England: Pergamon Press.

von Glasersfeld, E. (1995). *A constructivist approach to teaching*. In L. Steffe & J. Gale (Eds.). (1995). *Constructivism in education*, (pp.3-16). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

von Glasersfeld, E. (1995b). *Sensory experience, abstraction, and teaching*. In L. Steffe & J. Gale (Eds.). *Constructivism in education*, (pp.369-384). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

von Glasersfeld, E. (1996). *Introduction: Aspects of constructivism*. In C. Fosnot (Ed.), *Constructivism: Theory, perspectives, and practice*, (pp.3-7). New York: Teachers College Press.

Hoyle, C. (2001). *From describing to designing mathematical activity: the next step in developing a social approach to research in mathematics education*. *Educational Studies in Mathematics*, 46, 1-3, 273-286.

Hunting, R. P. (1987). *Issues shaping school Mathematics Curriculum development in Australia*. *The Australian Journal of Education*. 27(1), 45-61.

Jaworski, B. (1994). *Investigating mathematics teaching: A constructivist enquiry*. Falmer Press (London and Washington, D.C.)

Kieran, C., Forman, E. & Sfard, A., Eds. (2003). *Learning discourse: Bridging the individual and the social: discursive approaches to research in mathematics education*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Press.

Lakatos, I. (1976). *Proofs and Refutations*. Cambridge University Press, Cambridge.

Leont'ev, A. N. (1978). *Activity, Consciousness, and Personality*. Englewood Cliffs: Prentice Hall.

Lerman, S. (2001). *Cultural, discursive psychology: a sociocultural approach to studying the teaching and learning of mathematics*. *Educational Studies in Mathematics* 46, 87-113.

Lerman, S. (1994). *Articulating theories of mathematical learning*. In Ernest, P. (Ed.) *Constructing mathematical knowledge: Epistemology and mathematics education* (pp. 41-49). Washington, DC: The Falmer Press.

Steffe, L. P. (1988). *Construction of arithmetical meanings and strategies*. Εκδ. Springer-Verlag (New York)

Steffe, L. P. (1991). *Epistemological foundations of mathematical experience*. New York: Springer-Verlag.

Thompson, A. G. (1984). *The relationship of teachers' conceptions of mathematics and mathematics teaching to instructional practice*. *Educational Studies in Mathematics*, 15, 105-127.

Thompson, A. G. (1985). *Teachers' conceptions of mathematics and the teaching of problem solving*. In E. A. Silver (Ed.), *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives* (pp. 281-294). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Thorndike, E. (1922). *The Psychology of Arithmetic*. New York: Macmillan.

Vergnaud, G (1996) *The nature of mathematical concepts in Nunes, T. & Bryant, P. (1996) Learning and Teaching Mathematics, An International Perspective*. UK: Psychology Press Ltd.

Van Oers, B. (2001). *Educational Forms of Initiation in Mathematical Culture*.
Educational Studies in Mathematics, 46, 59-85.